



TITLE:

非中性プラズマを用いた荷電多粒子系の平衡分布形成と輸送機構の制御的実検研究

AUTHOR(S):

際本, 泰士

CITATION:

際本, 泰士. 非中性プラズマを用いた荷電多粒子系の平衡分布形成と輸送機構の制御的実検研究. 2007

ISSUE DATE:

2007-03

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/80163>

RIGHT:

学術雑誌掲載論文の抜き刷り、出版社に著作権許諾が得られていないため未掲載。

非中性プラズマを用いた荷電多粒子系の 平衡分布形成と輸送機構の制御的実験研究

(課題番号 17340173)

平成17年度～18年度科学研究費補助金
(基盤研究 (B))

研究成果報告書

平成19年3月

研究代表者 際 本 泰 士

(京都大学大学院人間・環境学研究科 教授)

目次

I. 研究組織	1
II. 研究経費	1
III. 研究発表	2
IV. 研究成果	6
概要	6
1. プラズマトラップと操作	8
2. 計測手法	10
3. 解析手法	13
4. 波動に誘起される粒子輸送と分布形成	14
5. 渦運動と乱流の構造解析	24
6. 熱平衡分布の形成と遷移過程の計測	33
7. 参考文献	39
V. 添付論文リスト	41
1. "Controlled experiments on self-organization of ordered structures in a pure electron plasma"	42
2. "Dynamics of Two-Sign Point Vortices in Positive and Negative Temperature States"	53
3. "Radial transport in magnetized nonneutral plasma driven by rotating wave"	57
4. "Transport Processes of a Non-neutral Plasma Coupled to an External Rotating Wave"	61
5. "Deformation of Weakly Unstable Density Distribution of Non-Neutral Plasma Stimulated by Resonant Clumps"	68
6. "Relaxation of Azimuthal Flow Pattern from Ring to Bell Shape through Two-Dimensional Turbulence Triggered by Diocotron Instability"	70
7. "Determination of equilibrium density distribution and temperature of a pure electron plasma confined in a Penning Trap"	78
8. "Formation and Relaxation of Two-dimensional Vortex Crystals in a Magnetized Pure Electron Plasma "	86
9. "Turbulent cascade in vortex dynamics of magnetized pure electron plasmas"	91

I. 研究組織

研究代表者 際本泰士 (京都大学大学院人間・環境学研究科 教授)

研究分担者 阪上雅昭 (京都大学大学院人間・環境学研究科 教授)

研究協力者

平成17～18年度：

曾我 之泰 (京都大学大学院人間・環境学研究科 博士後期課程
学術振興会特別研究員 DC1)

青 木 順 (京都大学大学院人間・環境学研究科 博士後期課程
学術振興会特別研究員 DC2)

河井 洋輔 (京都大学大学院人間・環境学研究科 修士課程)

中野真紀子 (京都大学大学院人間・環境学研究科 博士後期課程)

平成17年度のみ：

橋爪 宣哉 (京都大学大学院人間・環境学研究科 修士課程)

八柳 祐一 (京都大学大学院人間・環境学研究科
学術振興会特別研究員 PD)

II. 研究経費

年度	経費 (千円)
17	11,900
18	3,800
合計	15,700

III. 研究発表

(1) 学術雑誌 (本報告書に別刷添付)

- [1] Y. Kiwamoto, J. Aoki, Y. Soga, and A. Sanpei, "Controlled experiments on self-organization of ordered structures in a pure electron plasma", *Plasma Phys. Controlled Fusion*, Vol.47, A41-51 (2005).
- [2] Y. Yatsuyanagi, Y. Kiwamoto, H. Tomita, M. M. Sano, T. Yoshida, and T. Ebisuzaki, "Dynamics of Two-Sign Point Vortices in Positive and Negative Temperature States", *Phys. Rev. Lett.*, Vol.94, No.5, 054502-1-4 (2005).
- [3] Y. Kiwamoto, Y. Soga and J. Aoki, "Radial transport in magnetized nonneutral plasma driven by rotating wave", *Phys. Plasmas*, Vol.12, No.9, 094501-1-4 (2005).
- [4] Y. Soga, Y. Kiwamoto and N. Hashizume, "Transport Processes of a Non-neutral Plasma Coupled to an External Rotating Wave", *Phys. Plasmas*, Vol.13, No.5, 052105-1-7 (2006).
- [5] D. Fujita, Y. Kiwamoto, Y. Soga and N. Hashizume, "Deformation of Weakly Unstable Density Distribution of Non-Neutral Plasma Stimulated by Resonant Clumps", *Plasma and Fusion Research (R.C.)*, Vol.1, 044-1-2 (2006).
- [6] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, Y. Soga, J. Aoki, and K. Itoh, "Relaxation of Azimuthal Flow Pattern from Ring to Bell Shape through Two-Dimensional Turbulence Triggered by Diocotron Instability", *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol.75, No.10, 104502-1-8 (2006).
- [7] J. Aoki, Y. Kiwamoto and Y. Kawai, "Determination of equilibrium density distribution and temperature of a pure electron plasma confined in a Penning Trap", *Phys. Plasmas*, Vol.13, No.11, 112109-1-8 (2006).
- [8] Y. Kiwamoto, N. Hashizume, Y. Soga, J. Aoki, and Y. Kawai, "Formation and Relaxation of Two-dimensional Vortex Crystals in a Magnetized Pure Electron Plasma", submitted to *Phys. Rev. Lett.* (2007.2.)
- [9] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, Y. Soga and J. Aoki, "Turbulent cascade in vortex dynamics of magnetized pure electron plasmas", to be published in *Phys. Rev. E.* (2007).

(2) プロシーディング等

- [1] Y. Yatsuyanagi, "Dynamics of two-sign point vortices in positive and negative temperature states", 19th International Conference on Numerical Simulation of Plasmas and 7th Asia Pacific Plasma Theory Conference, Nara-Ken New Public Hall, 2005/7/12-15.
- [2] J. Aoki, Y. Kiwamoto, Y. Soga and Y. Kawai, "Simulational analysis of Dubin mode for non-destructive diagnosis of a non-neutral plasma trapped in harmonic potential", 19th International Conference on Numerical Simulation of Plasmas and 7th Asia Pacific Plasma Theory Conference, Nara-Ken New Public Hall, 2005/7/12-15.
- [3] J. Aoki, "Numerical study of azimuthally symmetric Dubin mode in non-neutral plasma trapped in harmonic potential", animation movie honored with 4th Oscar Buneman Award 2005 in the 19th International Conference on Numerical Simulation of Plasmas.
- [4] Y. Soga, Y. Kiwamoto, Y. Kawai, and J. Aoki, "Transport Processes and Structure Formation of a Pure Electron Plasma Coupled to an External Rotating Wave", in Non-Neutral Plasma Physics VI (AIP Conference Proceedings 862) pp.134-143. Invited talk at the 2006 Workshop on Non-neutral Plasmas, University of Aarhus, Denmark, June 25 - 29, 2006.
- [5] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, Y. Soga, J. Aoki, and K. Itoh, "Mode-analytical Examination of Vortex Dynamics of a Pure Electron Plasma in the Relaxation to a Meta-equilibrium Distribution", in Non-Neutral Plasma Physics VI (AIP Conference Proceedings 862) pp.39-44. 2006 Workshop on Non-neutral Plasmas, University of Aarhus, Denmark, June 25 - 29, 2006.

(3) 学会・研究会における発表

- [1] 際本泰士, “非中性プラズマに見る電磁運動量の効果”, 「プラズマ科学のフロンティア 2005」研究会, 核融合科学研究所, 2005/7/26-27, No.1
- [2] 八柳祐一, “負温度正負点渦系のダイナミクス”, 「プラズマ科学のフロンティア 2005」研究会, 核融合科学研究所, 2005/7/26-27, No.10.
- [3] 青木順, “Dubin Mode のシミュレーションによる数値解析と実験への応用”, 「プラズマ科学のフロンティア 2005」研究会, 核融合科学研究所, 2005/7/26-27, No.17.
- [4] 曾我之泰, “外部回転波と結合した非中性プラズマの輸送と構造形成”, 「プラズマ科学のフロンティア 2005」研究会, 核融合科学研究所, 2005/7/26-27, No.20.
- [5] 河井洋輔, “純電子プラズマの平衡分布に固有な軸対称波動特性”, 「プラズマ科学のフロンティア 2005」研究会, 核融合科学研究所, 2005/7/26-27, No.25.
- [6] 橋爪宣弥, “渦結晶形成における背景渦度分布の寄与に関する制御実験”, 「プラズマ科学のフロンティア 2005」研究会, 核融合科学研究所, 2005/7/26-27, No.26.
- [7] 河井洋輔, 青木順, 際本泰士, “純電子プラズマの平衡分布に固有な軸対称波動特性”, プラズマ・核融合若手夏の学校, 河口湖, 2005/8/8-11.
- [8] 八柳祐一, 際本泰士, 富田博之, 佐野光貞, 吉田剛, 戎崎俊一, “負温度で凝集する点渦系での背景渦の役割”, 日本物理学会 2005 年秋季大会, 同志社大学京田辺キャンパス, 2005/9/19-22.
- [9] 河井洋輔, 青木順, 際本泰士, “純電子プラズマの平衡分布に固有な軸対称波動特性 I”, 日本物理学会 2005 年秋季大会, 同志社大学京田辺キャンパス, 2005/9/19-22.
- [10] 曾我之泰, 際本泰士, 青木順, 河井洋輔, 橋爪宣弥, “回転波動と結合した純電子プラズマの構造形成と輸送 III - エネルギー分布による検討 -”, 日本物理学会 2005 年秋季大会, 同志社大学京田辺キャンパス, 2005/9/19-22.
- [11] 橋爪宣弥, 曾我之泰, 青木順, 河井洋輔, 際本泰士, “渦結晶形成における背景渦度分布の寄与に関する制御実験 I”, 日本物理学会 2005 年秋季大会, 同志社大学京田辺キャンパス, 2005/9/19-22.
- [12] 青木順, 際本泰士, 河井洋輔, 曾我之泰, 橋爪宣弥, 中野真紀子, 佐藤博厚, “強磁場で閉じ込めた非中性プラズマの特性 IV - 平衡状態における温度変化 -”, 日本物理学会 2005 年秋季大会, 同志社大学京田辺キャンパス, 2005/9/19-22.
- [13] 曾我之泰, 際本泰士, 青木順, 河井洋輔, 橋爪宣弥, “波動トルク付与で制御した純電子プラズマの輸送実験 3”, プラズマ・核融合学会第 22 回年会, タワーホール船堀, 2005/11/29-12/2.
- [14] 青木順, 際本泰士, 河井洋輔, 曾我之泰, “平衡状態にある非中性プラズマに励起される Mode のシミュレーションによる数値解析および非破壊診断への応用”, プラズマ・核融合学会第 22 回年会, タワーホール船堀, 2005/11/29-12/2.

- [15] 橋爪宣弥, 際本泰士, 曾我之泰, 青木順, 河井洋輔, “渦結晶形成における背景渦度分布の寄与に関する制御実験”, プラズマ・核融合学会第 22 回年会, タワーホール船堀, 2005/11/29-12/2.
- [16] 青木順, “強磁場中に閉じ込めた純電子プラズマの実験”, 総研大アジア冬の学校 シミュレーション科学講座, 核融合科学研究所, 2005/12/13-16.
- [17] 河井洋輔, “純電子プラズマの軸対称固有モード”, 総研大アジア冬の学校 シミュレーション科学講座, 核融合科学研究所, 2005/12/13-16.
- [18] 佐藤博厚, “純電子プラズマにおける Diocotron 不安定性”, 総研大アジア冬の学校 シミュレーション科学講座, 核融合科学研究所, 2005/12/13-16.
- [19] 青木順, “多粒子シミュレーションによる Kanayama Trap の荷電粒子閉じ込め特性の検討”, 第 10 回シミュレーション・サイエンス・シンポジウム, 核融合科学研究所, 2006/1/11-12.
- [20] 際本泰士, “非中性プラズマで試みるプラズマ現象の素過程研究”, 「自然界と実験室のプラズマ研究の交流」研究会, メルパルク名古屋, 2006/2/6-7.
- [21] 曾我之泰, “外部駆動の回転波と結合した純電子プラズマの輸送と構造形成”, 「自然界と実験室のプラズマ研究の交流」研究会, メルパルク名古屋, 2006/2/6-7.
- [22] 青木順, “回転する純電子プラズマの平衡分布への緩和過程と新しい計測手法”, 「プラズマ流が深く関与する諸現象」に関する研究会, 東北大学, 2006/2/27-28.
- [23] 曾我之泰, “回転波動に駆動される純電子プラズマの径方向輸送現象”, 「プラズマ流が深く関与する諸現象」に関する研究会, 東北大学, 2006/2/27-28.
- [24] 河井洋輔, “不安定な軸対称回転流から乱流を経由して到達する軸対称な安定分布の形成過程”, 「プラズマ流が深く関与する諸現象」に関する研究会, 東北大学, 2006/2/27-28.
- [25] 青木順, 際本泰士, 曾我之泰, 河井洋輔, 田中仁, “超伝導コイルの強磁場で閉じ込めた純電子プラズマ密度分布の高解像度画像計測”, 日本物理学会 第 61 回年次大会, 愛媛大学・松山大学, 2006/3/27-30.
- [26] 佐藤博厚, 際本泰士, 曾我之泰, 青木順, 橋爪宣弥, 河井洋輔, “Diocotron 不安定性による純電子プラズマ分布の内部変調”, 日本物理学会 第 61 回年次大会, 愛媛大学・松山大学, 2006/3/27-30.
- [27] 河井洋輔, 際本泰士, 曾我之泰, 青木順, 伊藤清一, 三瓶明希夫, 伊藤公孝, “Diocotron 不安定性に起因する渦の構造変化と秩序形成 - 乱流的視点からの検討 -”, 日本物理学会 第 61 回年次大会, 愛媛大学・松山大学, 2006/3/27-30.
- [28] 中野真紀子, 青木順, 河井洋輔, 曾我之泰, 際本泰士, 金山敏彦, “Kanayama-Trap におけるイオンの閉じ込めと輸送の基礎研究 II”, 「プラズマ科学のフロンティア 2006」研究会, 核融合科学研究所, 2006/8/9-11, No.8.
- [29] 河井洋輔, 際本泰士, 曾我之泰, 青木順, 伊藤清一, 三瓶明希夫, 伊藤公孝, “Diocotron 不安定性に起因する渦の動力学” < 学生ポスター賞受賞 >, 「プラズマ科学のフロンティア 2006」研究会, 核融合科学

研究所, 2006/8/9-11, No.9.

[30] 藤田大樹, “非中性プラズマ密度分布の外部摂動に対する応答”, 「プラズマ科学のフロンティア 2006」研究会, 核融合科学研究所, 2006/8/9-11, No.10.

[31] 曾我之泰, “外部回転波と結合した純電子プラズマの径方向輸送現象”, 「プラズマ科学のフロンティア 2006」研究会, 核融合科学研究所, 2006/8/9-11, No.11.

[32] 青木順, “強く磁化された純電子プラズマの平衡分布への緩和過程と新しい計測手法”, 「プラズマ科学のフロンティア 2006」研究会, 核融合科学研究所, 2006/8/9-11, No.12.

[33] 曾我之泰, 際本泰士, 河井洋輔, 青木順, “波動トルク付与で制御した純電子プラズマの輸送実験 4”, プラズマ・核融合学会第 23 回年会, 筑波大学大学会館, 2006/11/28-12/1.

[34] 河井洋輔, 曾我之泰, 青木順, 中野真紀子, 際本泰士, “Diocotron 不安定性に伴う軸対称波動特性”, プラズマ・核融合学会第 23 回年会, 筑波大学大学会館, 2006/11/28-12/1.

[35] 青木順, 際本泰士, 河井洋輔, 曾我之泰, “強磁場中に閉じ込めた純電子プラズマの平衡状態への遷移過程 II”, プラズマ・核融合学会第 23 回年会, 筑波大学大学会館, 2006/11/28-12/1.

[36] 際本泰士, 藤田大樹, 曾我之泰, 橋爪宣弥, 河井洋輔, 青木順, “不安定非中性プラズマの柔らかな外部摂動による構造変化”, プラズマ・核融合学会第 23 回年会, 筑波大学大学会館, 2006/11/28-12/1.

[37] 中野真紀子, 青木順, 河井洋輔, 曾我之泰, 際本泰士, 金山敏彦, “Kanayama-Trap 配位におけるイオンの閉じ込めと輸送の基礎研究”, プラズマ・核融合学会第 23 回年会, 筑波大学大学会館, 2006/11/28-12/1.

[38] 際本泰士, “非中性プラズマで見る非平衡多粒子系の緩和と輸送の基礎過程”, チュートリアル講演, 日本物理学会第 62 回春季大会, 鹿児島大学郡元キャンパス, 2007/03/18-21.

[39] 河井洋輔, 際本泰士, 曾我之泰, 青木順, 中野真紀子, “複数本の渦紐に支えられた軸対称波動特性”, 日本物理学会第 62 回春季大会, 鹿児島大学郡元キャンパス, 2007/03/18-21.

IV 研究成果

概要

本研究において中心的課題となるのは、非中性プラズマが有する高い保存性を活用して、長距離クーロン力を介して相互作用しあう多粒子系の非平衡状態における集団的なダイナミクスと平衡状態への緩和過程を、他に類を見ないほどの精密度・詳細さを以て実験的に検証するところにある。この実験能力を確保するために、当グループでは従来より様々な形で計測法・解析法を開発し、それをベースにして、密度分布の画像計測における空間分解能力を最大限まで引き出してきた。既に達成済みの25万地点を超える多点同時計測を首尾良く行うにはCCDカメラを用いた画像計測が最も適している。CCDカメラ計測を感度良く行うにはイオンは検出しにくいいため、非中性プラズマ種としては純電子が最も適している。

(1) **画像計測と解析技術の高度化**：本計画における技術面での目標は、従来に比して、同時計測地点を16倍に増やすとともにノイズレベルを1/4ほどに抑制して、これまでよりも遙かに低密度でかつ微細な構造を検出する能力を獲得するところにあった。実際、この目標は達成された。その概要はIV-2において報告する。更に、線密度分布を表す膨大なデータを高速で解析し、さまざまな物理量を高い分解能で導出する解析法が計測技術の向上と相まって進展せねば、研究の成果には結実しない。この点においても、新しい手法を創案し、従来検出されていなかった構造を同定することができた。解析手法についてはIV-3において概観し、IV-6において実験結果に合わせて具体的に記述する。詳細は[添付論文7]に記載されている。

(2) **波動・粒子共鳴相互作用に誘起される輸送過程**：Landau dampingに代表される共鳴相互作用によってマクロな集団運動とミクロな過程が結びつき、輸送過程が駆動されることは、プラズマ物理学において半世紀に渡り当然のこととして認められている。しかし、Landau dampingを越えてマクロな輸送現象までのつながりは、どちらかと言えば、理論的なレベルに留まっていたように思われる。本研究においては、Trivelpiece-Gouldモード波との相互作用によって、径方向の内向き外向き両方向に渡って粒子輸送過程が強く影響を受けることを定量的に検証した。この実験観測と連動して、準線形理論の枠内で、閉じた定量的モデルを構築し、粒子密度や電子温度の空間分布の時間変化を理論・実験においてconsistentに対応づけた。[IV-4, 添付論文3,4]

(3) **渦運動と乱流の構造解析**：井戸型の電位トラップに閉じ込めた電子の案内中心が自己場の $E \times B$ ドリフトによって作り出す流れは二次元の非圧縮性流体と等価である。粒子間の衝突でなく長距離平均場によって発生する流れであるから、散逸の極めて低い流れを実現できる。その例として渦運動の基礎過程の実験的検証を積み上げてきた。[IV-5, 添付論文1,5,6,8,9] 微細構造の解析は現在進行中であるが、マクロな渦運動において低密度の背景渦群が極めて大きい役割を果たしていることが明らかとなりつつある。後者は時間とともに微細化を重ねて、その乱れた運動が巨視的な渦の死活を制する。ここに渦と乱流の接点がある。添付論文5,6,9は渦運動における乱流的特性を取り込んで、実空間と波数空間における構造解析を試みた仕事である。不安定性から発生する乱流においては選択的なサイズを持つ渦が源となる例が多いことは、シミュレーションや実験において良く知られている。この場合は、理想的な乱流とは異なって、あるサイズの渦が長寿命で残ることが多い。この時間的变化に注目したfree-decaying turbulenceにおいては、強い渦の数は時間にたいしてべき依存性を示す。しかし、これよりも更にエネルギーが凝縮した渦は結晶配列を示すことが知られている。この渦結晶における強い渦の数が時間の対数に依存することが、本研究において初めて明らかとなった。[添付論文8] 時間に対する対数依存性は、粉体や高分子その他、非晶体において構造の記憶が失われる過程において見られる現象であり、準平衡状態にある構造間の遷移にも関連して、興味深い研究分野として開ける可能性が高い。

(4) **熱平衡分布の形成とその遷移過程**：1000 秒のスケールで非中性プラズマを閉じ込めるには、熱平衡状態を視野に据えなければならない。この場合は一様磁場と放物線型の形状を持つ電位トラップを組み合わせた Penning-trap が広く使用されている。その最大の理由は、解析的な平衡解が知られていることにある。ちょうど、軸対称なトカマクについて解析的な平衡解が知られたことが、トカマクの性能向上に大きく利した歴史になぞらえることができる。温度が零の極限で得られた解析解によれば、密度分布は平坦でその境界は回転楕円体になる。実験では、概略その形になることが確認されれば、それ以上の検証は行われて来なかった。実際、詳細な検証を行うための計測法も解析法も確立されていなかったことが、その最大の理由である。本研究においては、磁力線に沿って積分された線密度分布を高い分解能で計測した二次元画像をベースとして、三次元密度分布を極めて高速に導出する新しいアルゴリズムを開発した。しかもこの手法は極めて高い強度分解能と空間分解能を併せ持つことが判明した。[IV-6, 添付論文 7]

この新解析法に基づいて得られた三次元密度分布は、温度が 0.06eV の低温において、解析解と矛盾しない形状を示すことから、解析解の正当性を実験的に裏付けることができた。しかし、同時に、無限の空間に孤立したことを仮定した解析解からは出てこない、希薄な密度分布がハローとなって高密度の赤道面を取り囲む特徴的な構造を明らかにした。このハローは純電子プラズマを固定電位に強制された導体壁が取り囲むことによって、鏡像電荷が発生し捕捉された荷電粒子を引きつける効果によって生まれるものである。このような構造は、本研究における計測能力の向上とデータ解析法の系統的な展開によって初めて顕在化したものと言える。

この新しい計測・解析技術によって更に新しく開けた局面がある。それは極微量の粒子抽出で達成できる電子温度の新評価法である。絶えず電離による生成が伴う中性のプラズマと違って、発生源の無い（閉じ込め性能が良いので初期の粒子数が保存される）非中性プラズマにおいては、探針法等によって粒子を抽出すると、その抽出分だけ電荷量が減少し、プラズマ電位が大きく変化する。このことからエネルギースペクトルは無擾乱状態とは全く別物になり、平衡状態に限りなく近いにもかかわらず温度を評価することができない。そこで、外部からの電氣的バイアスの掃引によってエネルギー選別を行うかわりに、電位の空間分布をエネルギー選別に活用するアイデアが生まれた。このエネルギーの空間掃引の基本となるのは、上述の三次元密度分布から高精度で決定されるプラズマ電位分布である。対抗電荷が無いため、静電気学の知識を駆使することによって電位分布は極めて高精度をもって決定できる。この新しい方法によれば、総粒子の 1% 以下の粒子を抽出するだけで温度を評価できる。実際、30 秒程度の e-folding time をもって、電子温度が室温の 2 倍程度の 0.06eV まで下降することを実験的に導出している。

(5) **本研究成果の統合による更なる発展と反省事項**：以上の研究成果は際本研究室における卒業研究と大学院生が学位取得に向かう努力のなかから生まれて来たもので、研究者の卵たちの自由ではつらつとした活動と創意が発揮されている。以上の各成果を適切に統合することで、更に精密化・深化した研究を展望したい。振り返って見ると、これは専任の研究スタッフを持たない当研究室の弱さでもあった。院生にとっては与えられた期限のなかで論文をまとめ、学位を取得することが最優先の課題であり、指導教員にとっても重大な責任となる。院生にとってはさすがに荷が重い作業であるため、当初予定していた課題の全てを達成するには至らなかった。課題の一部（平衡状態における電子付着による負イオン発生制御実験）については装置の準備までにとどまった。これまで、掲げた目標の全達成を目指してきた代表者にとって、この点は残念である。

平成 19 年度からは指導下の学生が大幅に減少する。この現実に合わせて、研究課題の整理と集約化が不可欠である。この視点から、研究の中核を渦と乱流の構造解析に据えて、平成 17-18 年度の研究成果をさらに深めて、他研究領域との連携を進めつつ、プラズマ科学の学術基盤の強化に努める所存である。

1. プラズマトラップと操作 [1 - 5]

本実験研究の非中性プラズマは特に断らない限り電子のみで構成される。電子源とするのは、テレビのブラウン管の画素掃引に用いられてきた、カソードである。このカソードは複数個を規則的に配列して、各カソードから放射される電子は磁力線に沿ってトラップに導入する。放出特性は、それぞれのカソードのバイアス電圧を独立に時間的に変調することによって制御する。その幾何学的配置の概略は図 1.1 に描いたとおりである。トラップ域は長さ 22mm 内半径 32mm の導体リングを 24mm のピッチで 11 個並べ、その外部に同径で長さ 54mm の円筒を配置する。両端の円筒の電圧を負に深くバイアスし、内部の 11 個のリングをほぼ接地状態におけば、電子に対して軸方向にはトラップができる。半径方向にはトラップ領域に渡って一様な分布の磁場をかけることで、電子の運動を拘束する。図 1.1 に描いた、基本的な小型装置では最大磁場は 0.048T である。磁場発生時間は約 3 秒間であり、この時間内に実験の 1 サイクルを終了する。後述のように計測を行う度に、捕捉され運動を検証される電子は全てトラップから排出するという破壊的観測を行う。このため、各サイクルごとに同じ初期分布を作って、その時間発展を追跡するという繰り返し作業となる。データ転送の時間と磁場コイルの冷却に要する時間の必要性から、サイクル間の待機時間はこの弱磁場装置では 30~60 秒である。

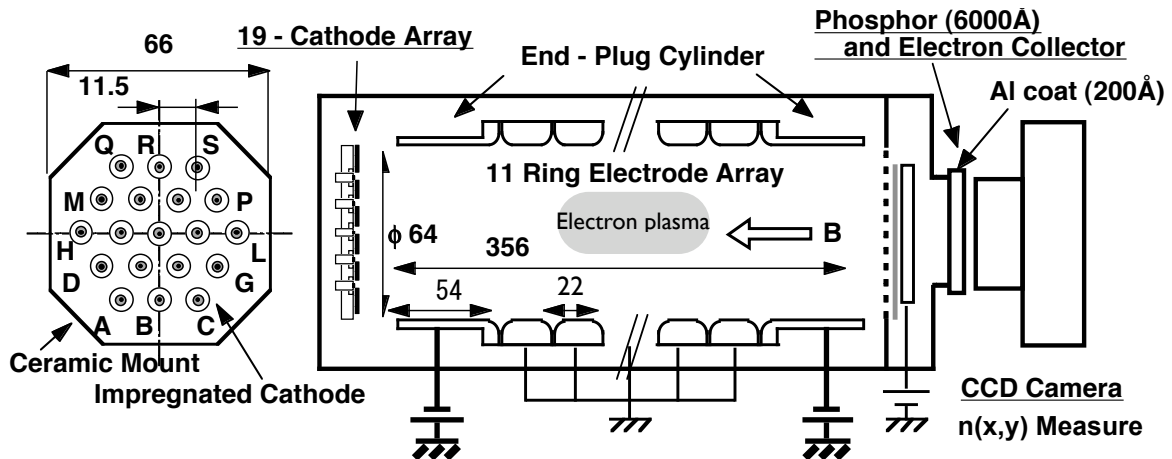


図 1.1 弱磁場の純電子プラズマトラップの概念図

同様の配位で磁場強度を最大 2.2T まで強化した装置は平成 13-15 年度の科学研究費補助金（基盤研究 A2）によって整備された。その概要を図 1.2 に示す。[6-7,27]

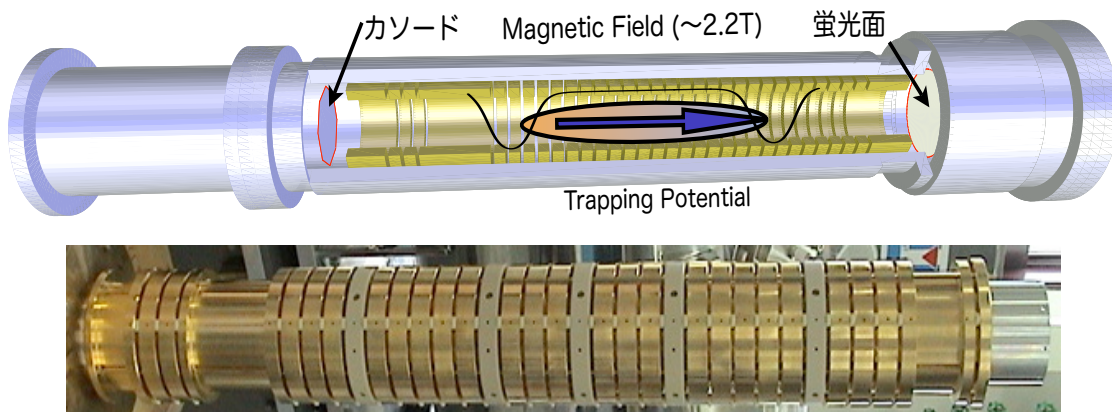


図 1.2 強磁場トラップの構成と内蔵された電極の組み立て状態

この装置ではリング電極の内半径は45mm、軸方向のピッチは小型装置と同様である。軸方向の5カ所のリング電極は周方向に4分割してあり、電気的な制御や計測に利用する。カソードアレイに搭載した電子放出要素は図1.1の小型装置における19個から37個まで増えている。このカソードは傍熱型であるが、電磁力によって変形され短絡することを避けるために、8kHz以上の矩形交流電流により加熱している。しかし、この交流電場が電子の閉じ込めに影響したり、計測系に混入する弊害が伴うため、閉じ込めの時間帯には加熱電流を遮断せねばならない。強磁場で実現した長時間閉じ込め能力を発揮しようとする、緩和時間の間に熱陰極は冷え切ってしまう。その再加熱には10分弱を必要とする。この熱条件によって、強磁場下の実験ではサイクルの周期は10分以上に延びることになる。

トラップの中に電子を導入し初期分布を形成するところから、計測のために電子を排出するところまでを、大まかに図示すると、図1.3のようになる。軸方向の電位分布は多数並んだリング電極に与えるバイアス電圧を時間変化させることで形成する。

電子の導入には、選択したカソードに数十 μ s幅の負のパルスを与え、同時に近隣のリングの負バイアスを緩めて、電位障壁を減らして、電子が通過可能にする。浅くなった障壁を越えた電子はカソードの放出面を貫く磁束に沿って反対側の電位障壁に達し、そこで反射する。往復に要する時間は1 μ s程度である。このゲート操作が終わると、動作カソードの本数だけの糸状分布がトラップに導入されたことになる。これらの糸状分布は両端が障壁電位で制限された空間の中で、混じり合い一体化する。その緩和過程の途中で再び新しい糸状分布を追加する。この入射間隔は数msの程度であり、これを数百回繰り返すと、約1秒の緩和時間の後ガウシアンに近い密度分布が形成される。

右の図では、この分布の中心部に穴を開けるために、入射側の電位障壁を減らして、自己電場がもっとも強い軸近傍の電子を追い出す操作を4行目に描いている。この後6行目に描くように、更に糸状分布を追加することもできる。分布を計測するには右側の電位障壁を取り外して、電子を流出させ、各磁力管を満たす電子の数を数える。

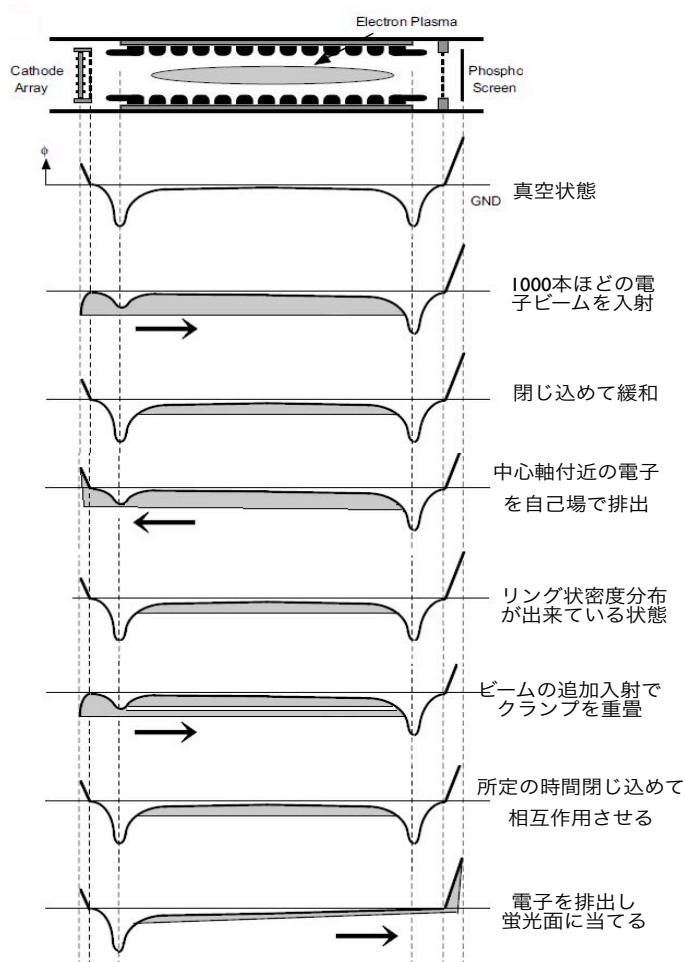


図1.3 純電子プラズマの制御スキーム

2. 計測手法

非中性プラズマの実験では粒子生成と閉じ込めが分離しており、初期に蓄積した粒子が電磁気力によって孤立させられた状態の中で密度分布やエネルギー分布が時間的に変化する過程を追跡する。生成が伴わないので、探針法のように粒子を抽出すると、その分だけ粒子は減る。しかし反対電荷が無いため、粒子数が微量に変化しても内部の電位分布は大きく変化する。これはそのまま密度分布の変化を誘起する。このような粒子抽出に伴う攪乱が極めて大きいという理由から、中性プラズマに用いられる技術は適用しにくい。そこで計測する時はその直前の密度分布を保存したまま（緩和時間よりも短時間のうちに）粒子を外部に引き出し、磁場に垂直平面内の二次元分布を計測するのが常套手段となる。磁力線方向の電子の通過時間は μs 程度であるから、直接的に軸方向の空間分解能を確保するのは極めて難しい。

そこで磁力線に沿った空間分解をどのように行うかが大きな課題となる。殆どの場合に設定されるのは、磁場方向に一樣な分布であり、断面の各位置におけるプラズマ長が定義できるという条件である。この条件を満たすために通常採用される方式は、両端で急速に立ち上がる電位障壁で粒子を拘束する Malmberg trap である。もう一つは、平衡解が知られている形にプラズマを緩和させる Penning trap である。実は、後者については温度が零の極限の熱平衡分布として解析解が知られてはいるが、その妥当性を十分に確認した実験は無い。本研究ではこの問題に関して、物理的かつ技術的に回答を得たと考えている。

2.1 線密度分布の画像計測 [8,9,26]

本実験研究の計測面で骨子となるのは、CCD カメラを利用して沿磁力線積分された二次元の線密度分布を画像として計測する方法である。本研究課題に対する補助金の大部分は、この計測能力の充実に向けて給付されている。

図 1.3 の最下段で右側に流出した電子は 5～7.5kV の高電圧にバイアスされた蛍光面に衝突させられる。図 2.1 はこの蛍光面をトラップとは反対側の後方から見た絵である。厚みが $20\mu\text{m}$ に塗布された蛍光面の表面には 50nm の厚さにアルミニウムが蒸着されていて、捕集電極として働く。加速電圧の殆どは、電子がこの薄膜を通過するために必要なエネルギーとして費やされる。薄膜の裏側に薄く均一に塗られた蛍光剤に数百 eV で衝突する電子は 611nm の線スペクトルを発光する。この発光分布を CCD カメラで二次元の数値配列として記録するのである。

この輝度分布は、線密度分布に比例することは別途実験によって確認している。問題は比例係数であるが、電子数の絶対量は蛍光剤の中でエネルギーを失った電子をアルミニウム薄膜に捕集し、それを電流として外部に抽出し、時間積分することによって電荷量として正確に決定することができる。この蛍光像と電荷測定の見合わせによって、線密度分布を絶対値として得ることになる。この対応関係を使って CCD のピクセルの計数と対応する電子数との間の関係を解析すると、図 2.2 に示すように比例関係が確認できる。

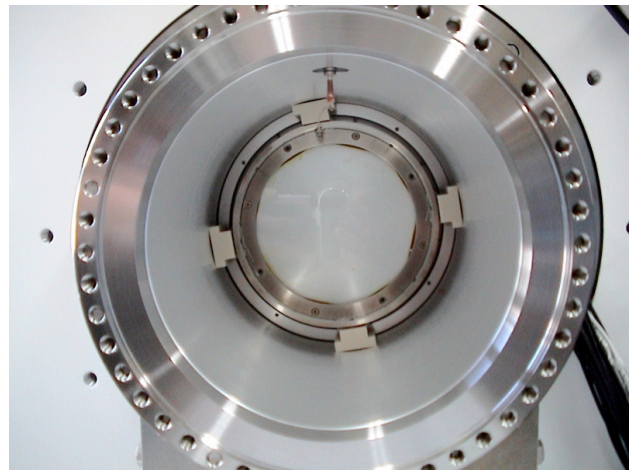


図 2.1 電子数を光数に変える電子捕集蛍光板

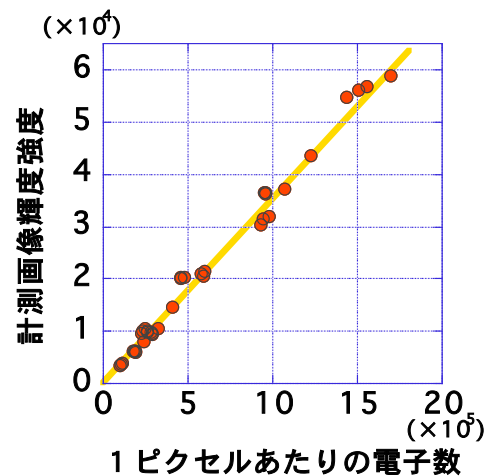


図 2.2 ピクセル毎に光子計数と電子数が比例。

2.2 画像の高空間分解能化 [9,26]

強い磁場環境で CCD カメラがいかなる動作を示すかについては、不確かなところがある。メーカーに問い合わせても、この問題に答えるデータは無いようである。シャッターや冷却ファンの金属部が高速で動作するため、高価なカメラは低磁場の安全な環境に置くにこしたことは無い。そこで、CCD 面は蛍光面から 1m 離して、そこまで蛍光像を忠実に伝送する光系を作った。その概要を図 2.3 に示す。右端に置かれているのは、本課題で整備した CCD カメラである。最上部は実際に利用している光学系の暗室内の配置である。CCD に到達する光量を最大化するために、カメラのレンズは取り除き、真ん中の図に示すように、カメラの前方 300mm 付近に大口径のアクロマティック・レンズを 2 枚置いて、伝送と集光を兼ねている。この配置では、トラップ中央部の半径 25mm 以内の視野に換算すると、1 ピクセル当たり $22\ \mu\text{m}$ の空間分解能を得ることができる。更に、下図のようにレンズを蛍光面に近づけると、視野は半径 9.2mm 以内に狭くなるが、空間分解能は $8.4\ \mu\text{m}$ まで改善する。

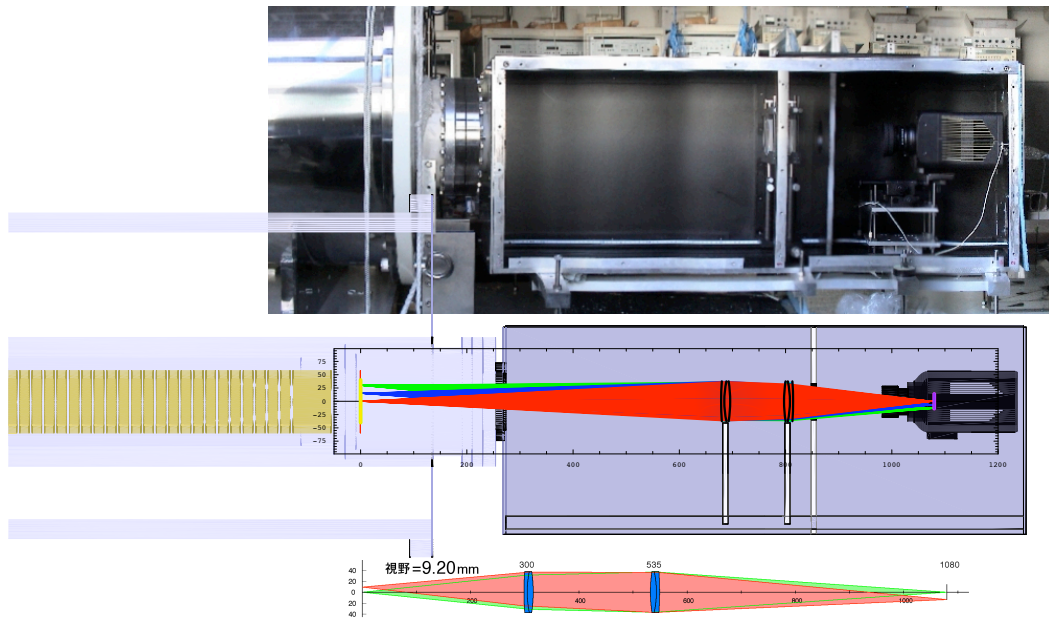


図 2.3 電子分布の画像を CCD まで伝送する高分解能光学系

2.3 高分解能計測の実例

2T の強磁場の中に作られたリング状の密度分布は後述のように速度のシアによって不安定な変形を示す。方位角モード数が 5 の不安定性が発生して 1ms 後に現れる密度分布を撮影した例を図 2.4 に示す。中心の水平線に沿ったピクセルの計数を下図に描く。ここでは計測ノイズが 10 程度のなかで最大値 500 カウントまでの間に微細な構造を判読できる。1 ピクセル当たり 60000 まで線形応答が確認されているので、極めて低密度の微細な構造まで数値データとして解析できることを示すものである。図 1.7 の視野は $45\text{mm} \times 45\text{mm}$ である。図 2.3 の最下図のようにズーム機能を実行した場合の画像を図 2.5 に示す。ここでは視野は $17\text{mm} \times 17\text{mm}$ に狭くなっている。この絵の中に見える格子は高電圧遮蔽のために蛍光面の直前に置いた、80/inch の金属メッシュの陰を写している。磁力線に沿ってトラップ中央に射影すると、 $8.4\ \mu\text{m}/\text{pixel}$ の空間分解能を再確認することができる。ここに示された渦運動を更に時間をかけて展開させると、密度分布は更に細かな構造を示す。そのスケールがどこで飽和するかを比較検討することが、渦運動や乱流の構造解析において、重要な課題となる。

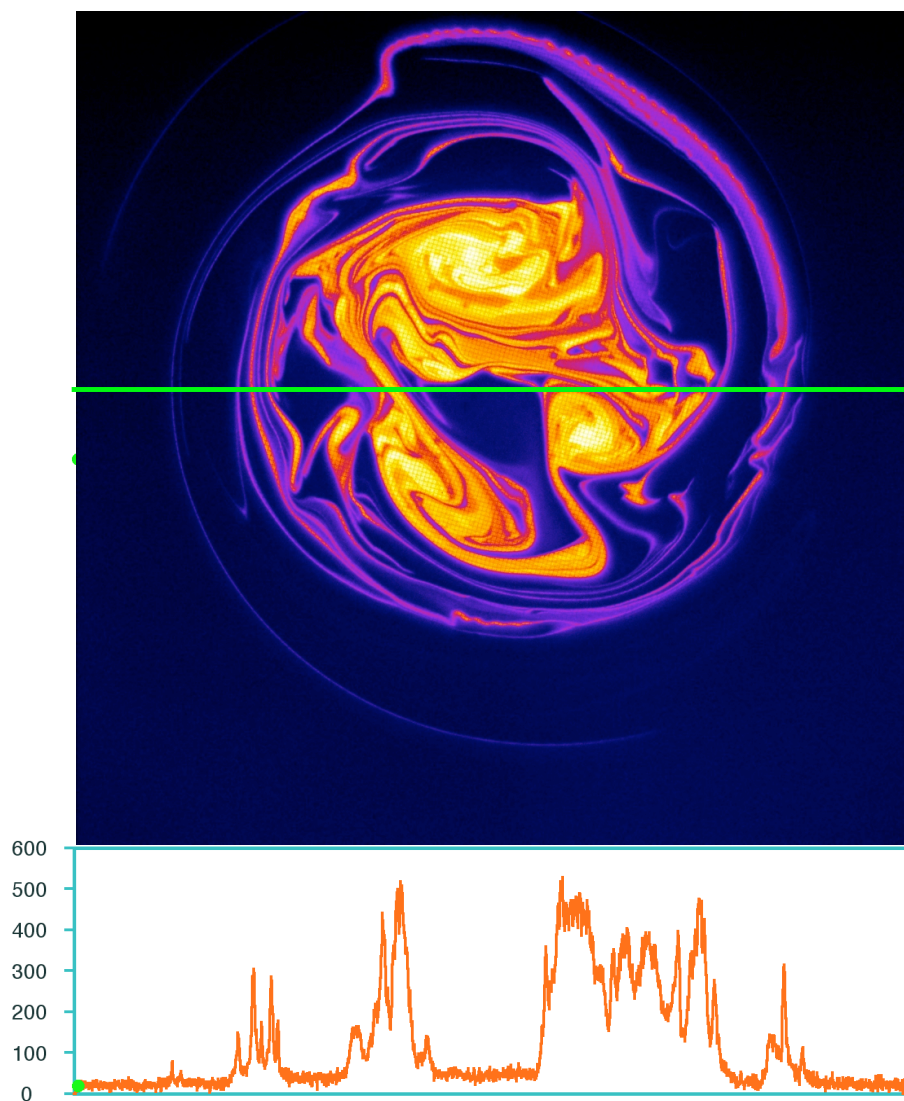


図 2.4 強磁場中で展開する渦運動における高分解能電子密度分布（下段は横線に沿った密度分布）

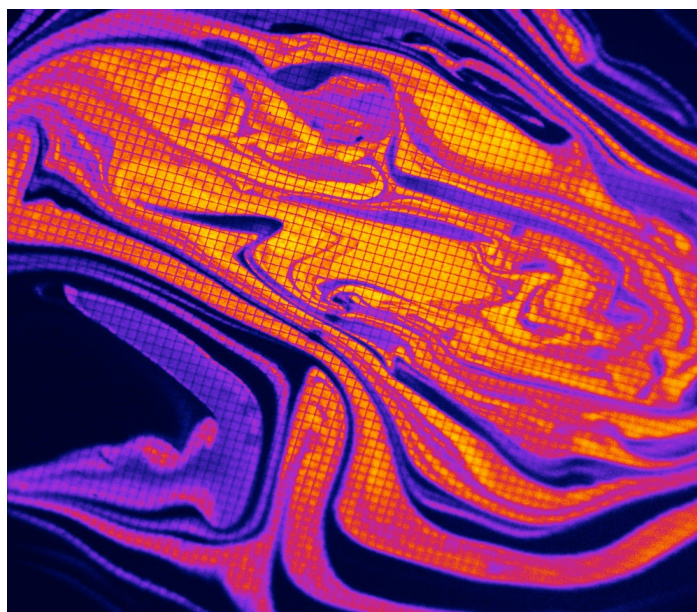


図 2.5 $8.4\mu\text{m}$ の空間分解能を持つ密度分布図

3. 実験データの解析手法

3.1 解析可能な範囲

実験データのコアとなるのは沿磁力線積分をされた線密度の二次元分布である。これから3次元の非対称な密度分布を導出することは、原理的に不可能ではないが、今のところ実行されていない。これまでに可能となったのは、以下の2つの場合のみである。

(1) 軸方向に一様で断面内で不均一な密度分布：

渦運動や二次元乱流の検証に適用する。

(2) 軸対称で径方向と軸方向に不均一な密度分布：

磁力線に沿って空間分解を行うために、沿磁力線分布を規定する仮説が必要である。

ここにボルツマン分布を導入する。その結果として、少なくとも各磁力線に沿って熱平衡に近い状態が成り立つ場合の解析に制限される。

周方向に不均一な場合も(2)の手法は拡張できるはずであるが、この状態は非平衡であるので、ボルツマン分布の適用を正当化しにくい。

3.1.1 数値解析法の困難さ

いずれの場合にも、二次元線密度分布から、Poisson 方程式を介して、自己ポテンシャル分布を導出する。(1)の場合は、線密度をプラズマ長で割り算すればほぼ正確に密度分布を決定できる。しかし、(2)の場合は、密度分布がポテンシャル分布に依存するため、密度分布と自己ポテンシャルを自己無撞着的に決定せねばならない。Boltzmann 分布は非線形であるため、この操作は一方向に進めることができなくて、密度分布を逐次近似しつつ、解を収束させることになる。この iteration の回数だけ(2)の計算には多くの時間がかかる。境界条件として壁面のポテンシャルは固定されているので、設定された密度分布に対してポテンシャルを求める境界値問題を有限要素法などにより数値的に解くことが従来の手法であった。この方法は個別的であるし、計算時間が長い。しかも結果として得られる分布の強度に関する精度と空間分解能に関してシステムティックな評価を下しにくいところが問題点であった。

3.1.2 直交関数系を利用したデータ解析

(1)と(2)を通じて我々が活用しているのは、Bessel 関数系と三角関数系を組み合わせた級数展開である。動径方向の分布は Bessel 関数で展開し、壁の面でポテンシャルが零となるように拘束する。(1)の場合は周方向分布を三角関数で展開し、(2)の場合は軸方向の分布を三角関数で展開する。この場合、級数の項数の上限を規定する空間格子点の数は、プラズマ密度分布の勾配の大小に応じて粗密を調節することで、精度と計算速度を最適化することができる。この級数展開によって、微分方程式は代数方程式に変換されるため、Poisson 方程式の解としての自己ポテンシャル分布は桁違いに短い時間で得ることができる。この自己ポテンシャルに、トラップ形成のため外部から与える真空場のポテンシャルを加えた総合ポテンシャルが Boltzmann 分布に従うとした密度分布と矛盾無く両立すれば、これが実験的に決定された、自己無撞着のポテンシャル分布と密度分布ということになる。

我々が開発したこの手法は、(1)の場合については論文 [8] に、(2)の場合については論文 [27] に詳しく記述してある。

4. 波動に誘起される粒子輸送と分布形成[12,13]

4.1 歴史と位置づけ

磁場に垂直方向の粒子輸送を引き起こす機構として、クーロン衝突によるラーモア半径サイズの変位に基づく古典的拡散のほか、対流胞（渦運動）に流された大サイズの変位と渦間相互作用の統計性がつながった対流輸送、細かな渦間のつながりによる乱流輸送のような異常輸送がある。明瞭な分類があるわけではないし、これ以外にも古典的でない輸送は多い。これらの異常輸送において粒子の集団的な運動が絡んでいることは確かであろう。最近では、乱流状態にあるドリフト波の相互作用のなかで、非線形効果によって閉じた流れが発生し輸送を抑制するという高次効果が注目されている。

本課題で重点的に検討したのは、ほぼ単色波に近い波と粒子の相互作用による動径方向の輸送である。もともとこの現象は、非軸対称なミラー磁場のなかで往復運動を行う粒子が共鳴的に径方向に流れ出る共鳴拡散効果を抑制するための基礎実験において、非軸対称な回転電場の存在下で粒子密度分布の時間変化を追跡する過程で発見されたものらしい。[11,14] 条件の設定によっては、この回転電場によって内向きの流れが生じて、密度分布の集中が起きることが見つかった。この現象は、rotating wall 技術として、種々の散逸過程に伴う径方向外向き拡散と逆向きの流れを駆動して定常分布を維持したり、あるいは積極的に内向きの流れを作って軸上に集中した高密度分布を形成することに使われて来ている。後者が最も重要視されているのは、反陽子と陽電子を極低温で長時間閉じ込めて極低温の反水素を形成しようとする研究計画においてである。[15]

我々の動機はこれらの経緯とはずれている。別途述べる渦実験において背景渦の中に置かれた渦糸間の距離を回転電場で制御することを試みるなかで、共通の物理過程に遭遇したのである。すでに先行する研究によって、このような現象を誘起する回転電場は方位角モードが1の Trivelpiece-Gould mode に属することは実験的に知られていた。またこの波動と粒子間の共鳴が効いていそうなことも予想されていた。一方、この物理過程とは独立に、ドリフト波乱流を準線形理論の枠内で formulate すると Landau-damping と径方向拡散が同時に起こることも1960年代から理論的には認識されていた。我々の寄与は、これらを準線形理論の枠内で包括的に記述し、その基礎を実験的に検証したところにあるといえよう。この研究結果の詳細は添付の論文業績[4]に記載されている。

4.2 実験の方法[10,13]

一様磁場と井戸型電位分布で特徴づけられる Malmberg Trap に純電子プラズマを閉じ込め、周方向に分割したリング電極の sector wall に位相差をつけた高周波電圧を加えて、他の分割電極に静電誘導される電気信号の相関解析を通じて、プラズマの高周波応答を検証した。ここでは時間的に振動数が変わる回転電場が Trivelpiece-Gould mode であるか否かの同定とこの波動の空間的減衰の検証が重要なポイントである。波動面の検証と同時に線密度分布の時間変化を追跡して、径方向粒子輸送の定量的な把握を試みた。

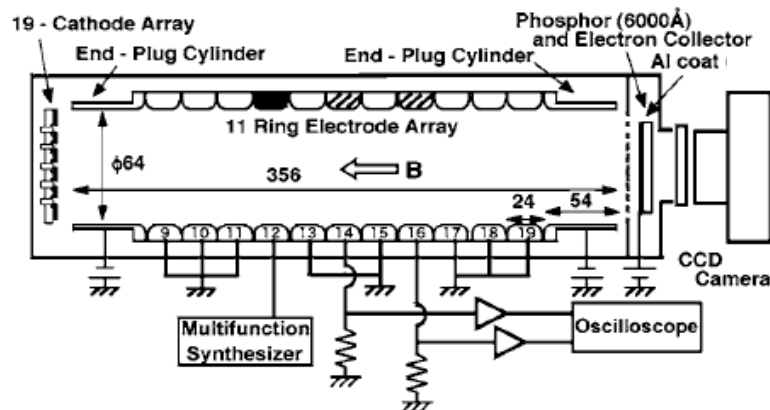


図 4.1 本実験に用いた弱磁場 Malmberg trap の基本的な配位

更に、密度分布が回転電場によって（クーロン衝突時間よりは緩やかだが）急速に変化する過程で、電子のエネルギースペクトルの半径依存性を計測し、Landau damping との相互関係を検証した。

4.3 理論モデル[12]

理論的検討は進行中の実験の結果を参照しつつ、モデル配位と運動方程式の記述レベルを設定し、基本式から演繹される保存関係を実験と対比できる形式で纏めていった。この過程で、本研究に先立つ理論モデルとの共通点を認識すると同時に、これまでは断片的な認識に留まっていた概念を、本モデルによって統合することに成功した。このモデル構築の過程は実験を系統的に展開するうえで大きな支援となった。以下に理論モデルの骨子を述べる。詳細は論文業績[3,4]に記載してある。

[1] 理論モデルの基礎

実験的に効果が観測される回転電場の周波数は、電子プラズマ振動数の 1/10 程度以上であり、ExB 回転振動数の数十倍の高周波帯に属する。一方、サイクロトロン振動数に比べると 1/100 より小さい。従って、平衡状態として方位角方向の ExB 流がある中で回転電場にたいする摂動については、磁場方向には速度分布を考慮し、横方向には案内中心近似を導入した記述を採用する。つまり、出発点は、次の drift-kinetic equation である。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} \cdot \nabla_{\perp} f + v \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{e}{m} E_{\parallel} \frac{\partial f}{\partial v} = 0. \quad (4.1)$$

平衡状態では径方向電場による回転がある。その電場による回転速度は

$$\frac{\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}}{B^2} = -\frac{E_{0r}}{B} \hat{\theta} = \hat{\theta} \frac{e}{\epsilon_0 B r} \int_0^r dr n_0(r) = r \omega_r(r) \hat{\theta}. \quad (4.2)$$

である。これは方程式(4.1)のゼロ次解として要請される。

[2] 摂動

1 次の摂動として $\phi(r) e^{i(\ell\theta + kz - \omega t)}$ のフーリエ成分を拾い上げる。これと同じオーダーの速度分布関数の摂動は

$$\delta f = \frac{\frac{e}{m} k n_0 \frac{\partial \hat{f}_0}{\partial v} - \frac{\ell}{r B} \frac{\partial n_0}{\partial r} \hat{f}_0}{\omega - \ell \omega_r - k v} \phi(r) \equiv -\frac{e}{m} n_0 \hat{\mathcal{L}}_f \phi(r). \quad (4.3)$$

となる。1 次の摂動に対する Poisson 方程式は径方向分布に対する次の微分方程式となる。

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - \left(\frac{\ell^2}{r^2} + k^2 \epsilon_{\parallel} \right) \phi = 0 \quad (4.4)$$

ここに、 $\omega_c \gg \omega_p > \omega > \omega_r$ の場合を考えている。導体壁で囲まれているという実験条件より $\phi(w) = 0$ である。 ϵ_{\parallel} は磁場方向の誘電率であって、平衡状態の速度分布関数に対して次のように表される。

$$\epsilon_{\parallel} = 1 - \frac{\omega_p^2}{k^2} \int dv \hat{L} = 1 - \frac{\omega_p^2}{k^2} \int dv \frac{\frac{\partial \hat{f}_0}{\partial v} - \frac{\ell}{\omega_c k r n_0} \frac{\partial n_0}{\partial r} \hat{f}_0}{v - (\omega - \ell \omega_r) / k} \quad (4.5)$$

(4.4)式に複素ポテンシャルの共役関数を掛けた式とその逆の場合の式の差をとって積分すると、

$$\int_0^w dr r (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\parallel}^*) |\phi|^2 = 0 \quad (4.6)$$

が得られる。摂動の振動数において虚部は実部よりも小さいとしてすると成長率は、

$$\gamma = - \int_0^w dr r \varepsilon''_{\parallel} |\phi|^2 \bigg/ \int_0^w dr r \frac{\partial \varepsilon'_{\parallel}}{\partial \omega'} |\phi|^2 \quad (4.7)$$

と評価することができる。

[3] 径方向輸送

粒子の半径方向の輸送を駆動するのは方位角方向の電場による ExB ドリフトである。

$$\delta v_r = \frac{E_{\theta}}{B} = \frac{-i \ell \phi}{r B} \quad (4.8)$$

このドリフトを速度分布を持つ粒子全体で平均する。ゼロ次の分布関数 \hat{f}_0 についてはキャンセルするので、1 次の摂動分布関数の寄与が最初に現れる。この結果径方向の粒子束は次のように表される。

$$\Gamma = \int dv \langle \delta v_r \cdot \delta f \rangle = \frac{en_0 \ell}{2mBr} |\phi|^2 \int dv \text{Im} \{ \hat{L} \} = - \frac{\varepsilon_0 \ell k^2 |\phi|^2}{2eBr} \text{Im} \{ \varepsilon_{\parallel} \} \quad (4.9)$$

ここで注目すべきは、(4.5)の誘電率の虚部が直接粒子輸送に関わっていることである。(4.7)を参照すると摂動（波）の成長率（減衰率）が輸送と結びつくことが見えてくる。具体的に表現すると、

$$\Gamma = \frac{\pi en_0 \ell |\phi|^2}{2mBr} \left\{ \frac{\partial \hat{f}_0}{\partial v} - \frac{\ell}{kr\omega_c} \frac{1}{n_0} \frac{\partial n_0}{\partial r} \hat{f}_0 \right\}_{v=(\omega-\ell\omega_r)/k} \quad (4.10)$$

となる。この形から波動の位相速度の磁場方向成分と共鳴する粒子が径方向の輸送を受けることが明らかになる。言い換えると、Landau 減衰が磁場を横切る方向の輸送を誘起するということである。

[4] 角運動量の変化 [10-13]

角運動量は次に明記するように、粒子質量に比例した力学的成分と電磁氣的成分の和である。

$$L_z = \sum_j m_j v_{\theta j} r_j + \int dz \int_0^w dr r \oint d\theta \hat{\theta} \cdot (\varepsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}) \quad (4.11)$$

電場は電子分布で形成されること、また電子全体が導体壁で囲まれていることを利用すると、

$$L_z = m \int dz \int_0^w dr 2\pi r n_0(r) r^2 \omega_r(r) + \frac{m\omega_C}{2} \left(Nw^2 - \int dz \int_0^w dr 2\pi r n_0(r) r^2 \right) \quad (4.12)$$

ここで第1項には方位角方向のドリフト回転 $\omega_r(r) = v_{\theta}/r = -E_r(r)/B_0$ を導入した。第1項と第2項とを較べると、その比はおおむねプラズマの回転振動数と電子のサイクロトロン振動数の比、あるいはラーマ半径と密度分布半径の比に等しいから、3桁以上の違いで第1項は無視できる。角運動量の時間的変化率を評価しよう。磁場方向には単位長さをとると、

$$\dot{L}_z = - \frac{m\omega_C}{2} \int_0^w dr 2\pi r^3 \frac{\partial n_0}{\partial t} = \frac{m\omega_C}{2} \int_0^w dr 2\pi r^3 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Gamma) = \pi \ell k^2 \varepsilon_0 \int_0^w dr r |\phi|^2 \text{Im} \{ \varepsilon_{\parallel} \} \quad (4.13)$$

ここで2番目の等号については、半径方向の連続の式を代入した。更に3番目の等号においては、

(4.9)式を代入した。これは断面全体に渡る積分であるから、半径 r と $r + dr$ で囲まれた円筒シェルに含まれる角運動量の時間変化率を

$$d\dot{L}_z = \pi \ell k^2 \varepsilon_0 r |\phi|^2 \text{Im} \{ \varepsilon_{\parallel} \} dr \quad (4.14)$$

と抽出することができる。

[5] 周方向電場によりプラズマに加えられるトルク

角運動量の変化をもたらすのは回転軸を中心とするトルクである。個々の粒子に対する方位角方向の力によってトルクは生じる。(4.14)と同じシェルに含まれる電荷に対するトルクは、

$$dN \hat{z} = 2\pi r d\vec{r} \times (-e) \delta n \mathbf{E}_\theta \quad (4.15)$$

と表すことができる。密度変動 δn を構成するのは速度分布関数の摂動分 δf で表される粒子群であることを考慮すると、(4.9)式を導いた時と同様にして、 $-i\ell\phi/r$ と δf の積を速度で積分することになる。その結果は

$$dN = \pi \ell k^2 \varepsilon_0 r |\phi|^2 \text{Im}\{\varepsilon_\parallel\} dr \quad (4.16)$$

と表される。

ここで2つの式(4.14)と(4.16)とを比較すると、

$$d\dot{L}_z = dN \quad (4.17)$$

即ち、各半径において、そこに加えられる波のトルクに等しいだけ角運動量の変化が引き起こされていることが明らかとなった。角運動量の変化は(4.13)式にも現れているように粒子の密度分布の変化である。つまり、波の持つ周方向の電場によってトルクが与えられ、それが非中性プラズマの半径方向輸送を引き起こしている。

[6] 波動トルクによる仕事とエネルギーの関係

ポテンシャル分布の中で荷電粒子が移動するとエネルギーの変化が起きる。ゼロ次のポテンシャル分布を $\phi_0(r)$ とすると、密度分布 $n_0(r)$ の変化に伴う微小体積への仕事は $\delta W = \phi_0(r)(-e\delta n_0) \cdot \delta V$ であるから、ポテンシャルエネルギーの変化率は次のように表すことができる。

$$\dot{U} = \int_0^w dr 2\pi r (-e\phi_0) \frac{\partial n_0}{\partial t} = \int_0^w dr 2\pi r (-e\phi_0) \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\Gamma) \right) = - \int_0^w dr 2\pi r e \frac{\partial \phi_0}{\partial r} \Gamma \quad (4.18)$$

ここでも半径 r で厚さが dr の円筒シェルからの寄与を抽出しよう。 $(\partial \phi_0 / \partial r) / r B = \omega_r$ の関係を利用すると、

$$d\dot{U} = -2\pi r dr e \frac{\partial \phi_0}{\partial r} \Gamma = -\pi r dr \varepsilon_0 \ell \omega_r \omega_p^2 |\phi|^2 \int dv \text{Im}\{\hat{\mathcal{L}}_f\} = \pi r dr \varepsilon_0 \ell \omega_r k^2 |\phi|^2 \text{Im}\{\varepsilon_\parallel\} \quad (4.19)$$

の関係に行き着く。更に(4.16)と(4.19)を比較すると、

$$d\dot{U} = \omega_r dN \quad (4.20)$$

の関係が得られる。これはトルクによる単位時間当たりの仕事はポテンシャルエネルギーの増加率に等しいという、磁場を横切る方向のエネルギー授受関係を表している。

[7] 磁場方向の波動と粒子の共鳴相互作用

これまで、径方向粒子束(4.9)-(4.10)、角運動量変化分(4.13)-(4.14)、トルク(4.16)、ポテンシャルエネルギー変化分(4.18)-(4.19)の全てに、磁場方向の誘電率(4.5)の虚部が現れていた。この虚部は速度分布関数の摂動分(4.3)の分母がゼロになる共鳴粒子によって引き起こされるものである。共鳴粒子がエネルギーの授受に如何に拘わっているかを検討してみる。

半径が r と $r+dr$ の2つの円に囲まれた円筒内の粒子が波動の磁場方向成分によって受ける仕事は粒子の運動エネルギーの増加となる。その変化率は次のように評価することができる。

$$d\dot{K} = 2\pi r dr \int dv (-e) v \langle \delta f E_z \rangle = \pi r dr \frac{ike}{2} \int dv v (\phi^* \delta f - \phi \delta f^*) \quad (4.21a)$$

$$= -\pi r dr \varepsilon_0 \omega_p^2 k |\phi|^2 \int dv v \text{Im}\{\hat{\mathcal{L}}_f\} = \pi r dr \varepsilon_0 (\omega - \ell \omega_r) k^2 |\phi|^2 \text{Im}\{\varepsilon_{||}\}. \quad (4.21b)$$

式(4.20)と(4.21b)とを比較すると、各半径において、両者の間に次の興味ある関係が得られる。

$$\frac{dK}{dU} = \frac{\omega - \ell \omega_r}{\ell \omega_r} \quad (4.22)$$

更に式(4.20)と(4.21b)との和を断面全体で積分すると

$$\dot{K} + \dot{U} = -2\gamma \int_0^w 2\pi r dr \varepsilon_0 \omega' \frac{\partial \varepsilon'_{||}}{\partial \omega'} \cdot \frac{k^2}{4} |\phi|^2 = -\dot{W}. \quad (4.23)$$

という関係が得られる。これは非中性プラズマ中の荷電粒子が受け持つ運動エネルギー K とポテンシャルエネルギー U 、及びこの中を伝播する波動のエネルギー W の和、つまりシステムの全エネルギーが保存することを意味している。つまり、外部から軸方向の波数を k 、周方向のモード数を ℓ として、振動数 ω で励起された波動は、軸方向の共鳴によって Landau 減衰を被りつつ、同時に周方向の電場による ExB ドリフトで共鳴粒子を半径方向に掃き寄せるという物理像を描くことができる。

[8] エネルギー輸送のチャンネル

この過程におけるエネルギー移動チャンネルはこれだけである。このプロセスは以下のように図示することができる。

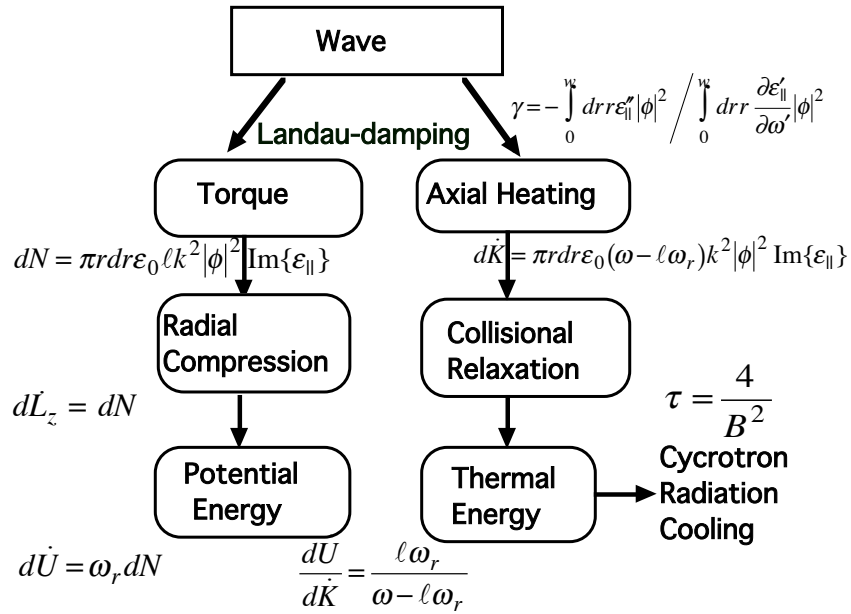


図 4.2 波動エネルギーの移動チャンネル

波動は、微分方程式(4.4)を境界条件とともに満足するものでなければならないから、外部から与えられる振動数に合わせて軸方向波数を整合せねばならない。整合できない周波数の波は伝播できない。実際、この分散を表す微分方程式は固有値方程式である。実際実験パラメータを代入すると、この波動は特定の固有関数で記述される Trivelpiece-Gould (TG)モードに一致する。波動関数はグローバルな構造を持つため、局所的に減衰を受けても波動に属する摂動電位の径方向分布は一定に保たれる。この形を維持するため、波動に属するエネルギーと運動量は磁場を横切って、粒子より高速で輸送されることになる。ここに波動を介した輸送過程がクーロン衝突による過程よりも遙かに効率が高い理由が存在する。

4.3 実験結果と解析 [11,13]

4.3.1 強磁場下での回転電場による密度分布の圧縮と膨張

始めに、図 4.1 の配位で同じ初期分布に対して右回りと左周りの回転電場を加えた場合の密度分布の時間変化を観測した結果の概要を図 4.3 に示す。左端が初期分布の画像、真ん中が 60s 後の密度分布の画像、右端が密度の半径分布の時間変化である。この実験は 1T の強磁場下の Malmberg trap で行われた。回転電場は周波数・振幅とも一定に維持して 60 秒間にわたり観測したものである。

上の図は純電子プラズマの ExB ドリフトによる回転と同方向に回る方位角モードが 1 の電場に対する密度応答である。電子は中心軸に向かって掃き寄せられ、軸上密度は 75 倍に達する。この間に粒子総数は破壊的計測にともなうショット間のばらつきの範囲内で保存されている。磁場強度を 2T まで増加したばあいには、軸上密度の増幅は 380 倍を記録している。

下の図は電場の回転方向だけを逆転させた場合の密度分布の変化を示している。密度分布は平坦であり、境界面が急速に広がる様子が明らかであろう。ここでも全粒子数は保存されている。境界面の内部で密度がほぼ一定に保たれるということは、回転電場の存在によって、この領域の拡散が境界面の移動速度よりも速いことを意味している。

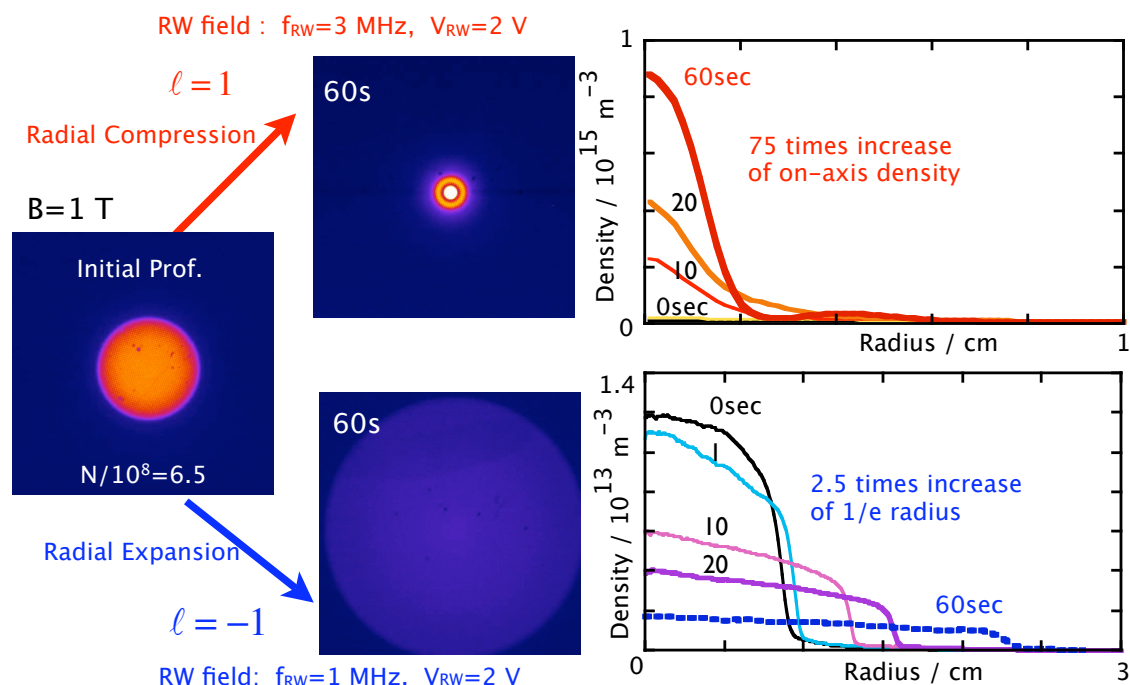


図 4.3 右回り電場による密度分布圧縮と左周り電場による分布の膨張

磁場強度が下がると、一定の周波数で密度分布を効率よく圧縮するのは困難になる。そこで有効なのは、回転電場の周波数を時間的に上向きに掃引する方法である。このことは壁面で回転する電場がプラズマに結合し、更に径方向輸送を駆動するには、適切な周波数を選ぶ余地があることを意味している。実際、我々の実験経過においては、最初に 0.048T の弱磁場で周波数掃引を行い、約 20 倍ほどの軸上密度増加を観測したのが本格的実験検証の第 1 歩であった。強磁場装置のほうが圧縮が顕著に現れることは事実であるが、容器の壁面がプラズマから遠いため、プラズマ内を伝播する波動を壁面のプローブで検出するのが技術的に容易でない。このような理由から、波動に関連した詳細な物理的検証は弱磁場装置で行った。

4.3.2 波動の計測と解析

[1] 揺動電場計測の基本 [8]

非中性プラズマの特長は保存性の高さにあり、その特質を活かすためには、密度計測における全面的破壊を不可避的な例外とすれば、非接触的計測が最も相応しい。プラズマ中の揺動を非接触的に計測するには、プラズマ中の電荷分布の揺動に伴う電場によって導体壁に誘起される表面電荷の分布を対象とするのが有効である。電磁気学の基礎知識によれば、導体表面における電場の法線成分は表面電荷密度に比例する。したがって、導体壁の他の部分と同じ高さに置かれた導体小片と接地された壁全体との間を流れる電流を時間積分すれば、微小面内で平均された表面電荷を得ることができる。これより壁面における電場の絶対値が評価される。もしこの電場分布を、4.2で述べたグローバルな構造を持つ固有関数によって表すことができるならば、壁面における計測値から空間全体の電場分布あるいは電位分布の時間変化を決定することができる。これは一符号の電荷しか存在しない非中性プラズマの利点である。

[2] Trivelpiece-Gould mode の identification

とは言え、密度の圧縮と膨張をもたらす非軸対称な回転電場の計測には周方向に分割された電極が必要であるのに対して、2節に図示したとおり、そのように分割されたリング電極は限られている。限られたポートによる計測結果を幅広く利用するには、拡張解釈の基礎を実験的に固めなければならない。

(a) 波動計測の正当性を軸対称 $\ell = 0$ モードを使って確認:

周方向分割を必要としない軸対称な高周波電場について、一つのリングで励起した電場が、軸方向に並んだ他のリング電極においてどのように検出されるかを検証した。その結果の詳細は添付論文4に記述してある。この検証によって確認されたことは以下のとおりである。

- (i) 各リングにおいては、プラズマの存在下で同周波数の交流電場が観測され、軸方向に異なる位相を持ち、周方向には同じ位相を示す。軸方向の波長はプラズマ長と等しいか2倍の長さである。
- (ii) 軸上プラズマ密度で規格化した励起周波数を軸方向波数に対比した分散図は、分散特性を表す微分方程式(4.4)の固有値に、温度補正のうえで良く一致する。
- (iii) 分散関係の一致はさまざまな密度レベルと分布形状に対して確認された。念のため追加すると、軸対称モードの励起に対して密度分布の変化は起こらない。

(b) 非軸対称モード $\ell = \pm 1$ に対しては、(a)の結果を利用して、分散理論を援用してデータ解析を行う。

非軸対称モードが検出可能なリング電極は、1個を励起に使用したあとは、弱磁場装置では最大2個、強磁場装置では最大4個である。従って、計測された（時間的に変化する）密度分布と励起周波数を与えて、固有値方程式から軸方向波長を求める操作を行う。その結果が少数の観測ポートでの計測と矛盾しなければよしとする。

[3] $\ell = +1$ の非軸対称回転電場によって密度分布の圧縮が起こる場合の揺動電場の分散特性

実験結果の骨子を図4.4にまとめる。弱磁場装置に形成する初期密度分布と時間的に直線状に増加する高周波電場の周波数および回転方向は共通に設定して、電極に与える高周波電圧の振幅のみを様々な値に設定する。各振幅について、500ms後に達成された密度分布の画像を図(a)に示す。各フレームに添付した電圧の大きさは、以下のグラフにおいては上部につけたバーの色で区別する。各振

幅に対して様々な密度圧縮が観測されるが、軸上密度を初期値で規格化して、時間の関数としてプロットすると、図(c)が得られる。最大の圧縮効率を得るには最適の振幅が存在することが判る。

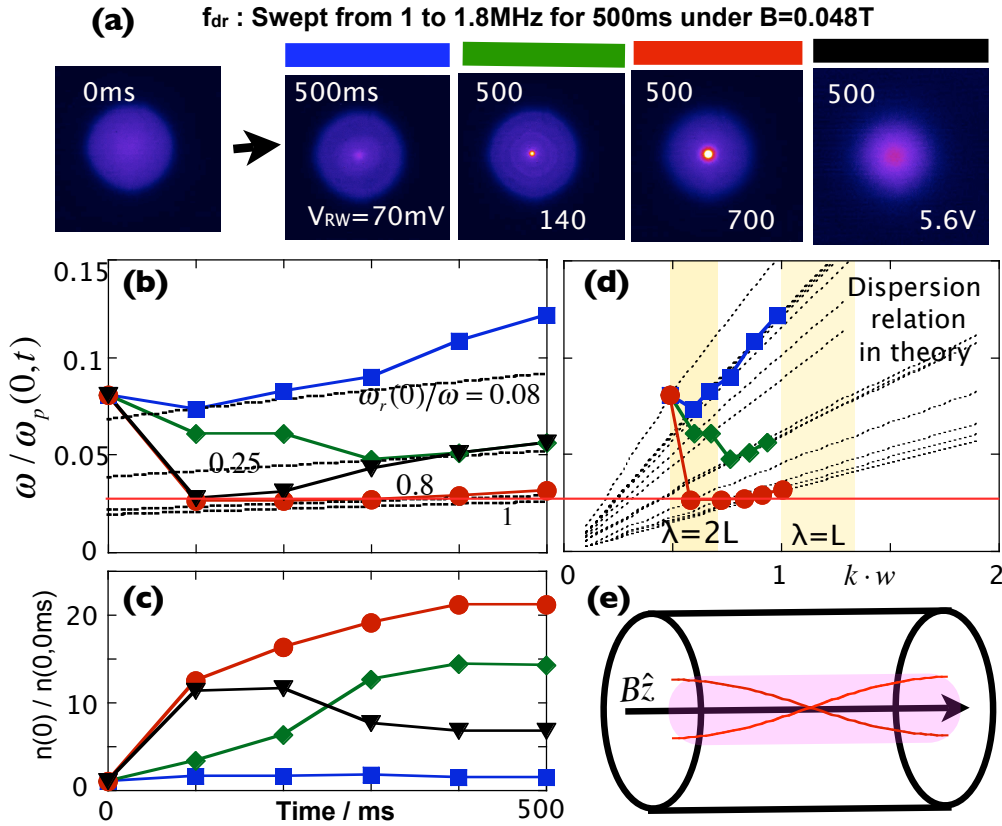


図 4.3 密度分布の圧縮過程(a)における、軸上プラズマ密度(c)で規格化した駆動周波数(b)、分散式から評価した波数—規格化振動数の関係(d)、波動位相の空間分布の概略(e)。

時間的に変化する軸上密度で決まる電子プラズマ振動数で励起振動数を規格化すると、その時間変化は図(b)に示すような経路をたどる。最も密度分布の圧縮率が高い 700mV 励起のばあい、この規格化された振動数は時間経過の中で小さな一定値を維持することが判る。この図の中に書き込まれた破線群は、励起振動数に対して、軸上の ExB 回転周波数 $\omega_r(0,t) = \omega_p^2(0,t)/2\omega_c$ が 0.08~1 の一定値をとる場合の $\omega(t)/\omega_p(0,t)$ を示している。両者の間には

$$\frac{\omega(t)}{\omega_p(0,t)} = \frac{\omega(t)}{(2\omega_c \omega_r(0,t))^{1/2}} = \left(\frac{\omega_r(0,t)}{\omega(t)} \right)^{-1/2} \left(\frac{\omega(t)}{2\omega_c} \right)^{1/2} \quad (4.30)$$

の関係があるので、 $\omega(t)/\omega_r(0,t)$ を与えれば、各時刻の振動数 $\omega(t)$ によって破線は一意的に決まる。700mV 励起の実験条件においては、外部から駆動される高周波電場の回転周波数と一致するようにプラズマが自己電場を増大させて追尾することを読み取ることができる。この回転周波数は軸上密度の平方根に比例するから、全てが最適化された理想的な状態では駆動電場の増加に応じて軸上密度が上昇することが期待される。

実験的に計測される密度分布に対して、分散特性を支配する固有値方程式(4.4)を解くと、図(d)に記入された点線群を描く。横軸は軸方向波数 k と壁半径 w との積で、縦軸は図(b)と同じく、

$\omega(t)/\omega_p(0,t)$ である。各点線の縦座標と(b)図の各点の縦座標とが一致する $k \cdot w$ を定めたのが図(d)における各シンボルである。この操作のなかで前節[2](b)のロジックを適用した。このシンボル群の時間変化を眺めると、図(b)(d)のデータ点が急速に下降する時期に軸方向波長がプラズマ長の2倍にほぼ等しいことが判る。下降するということは分母のプラズマ振動数が急速に増加することを意味する。逆にこれらのデータ点の上昇は、駆動周波数の上昇に軸上密度の増加がついて行かないことを意味する。

ここに見られる特性は、プラズマを径方向に駆動する波動の励起効率がプラズマ長と軸方向波長との関係に依存することを示唆している。ここから期待される好ましい振動分布を図(e)に示した。注意せねばならないのは、与えられた振動数に対して図(e)のような分布が実現するには、密度分布が適切な形にならない点である。つまり、外部駆動の高周波電場に呼応してプラズマ内部に強い高周波電場が発生する場合は、プラズマが適正な密度分布を自己形成していると期待される。

以上の観測・解析結果はプラズマ内部に発生する高周波電場が4.2節で議論した、T-G mode 波に属することを強く示唆するものである。しかし、まだ確定的では無い。

[4] 密度分布圧縮率の電場強度依存性

表面電荷密度計測に基づいて壁面における電場強度 $E(w)$ を測定すると、駆動電圧 V_{RW} との間には正の相関 $E(w) \propto V_{RW}^\alpha$ が観測される。指数 α は V_{RW} が 0.2V より小さい内は 1 であるが、 V_{RW} の増加とともに減少し 8V では 0.57 まで小さくなる。一方、軸上密度の増加率 $\dot{n}(0,t)$ と $E(w)$ との間には電場が小さい範囲では、 $\dot{n}(0,t) \propto E^2(w)$ の関係が成り立ち、電場がある限度を超えると急速に飽和し減少に転じる。つまり、駆動電場が甚だしく強くない範囲ではプラズマ内の高周波電場のパワーに比例して密度分布の圧縮が進行することになる。

固有値方程式(4.4)の解となる固有関数の勾配を実験から評価した $E(w)$ に等しく置くと、プラズマ内部における高周波摂動電位の振幅を評価することができる。そこで、 $\dot{n}(0,t) \propto E^2(w)$ の関係が成り立つ電場強度の上限あたりで、この摂動電位の振幅を評価すると、約 1mV である。電子温度の代表値は 0.2-1eV であるから、 $|e\phi/T_e| < 0.01$ である。この評価によって、4.3節で展開した摂動理論の妥当性が認められたことになる。更に(4.10)式で与えられた粒子輸送率が $|\phi|^2$ に比例した準線形理論の表現に従うことも実験により確認されたことになる。

4.3.3 径方向輸送率の定量的検討

半径 r の内側にある粒子の総数 $N(r)$ は計測された密度分布を積分することによって決定することができる。その時間変化率は内向きの粒子輸送率 $-\Gamma(r)$ と円筒の表面積の積に等しい。つまり、

$$\frac{dN(r)}{dt} = -2\pi r L \Gamma(r) \quad (4.31)$$

である。 $\Gamma(r)$ は式(4.10)に与えられている。この中に含まれる摂動電位 ϕ は、固有値方程式を満足するのであれば、計測可能な表面電荷密度と組み合わせて評価することができる。表面電荷密度から評価される電場は時間的に変動するが壁面において代表的には $\partial\phi/\partial r = -0.05 \text{ V/m}$ とすることができる。このような考え方で、密度分布の圧縮が観測された実験におけるパラメータ分布をいくつかの時刻について、描いた例が図 4.5 である。実際は、細かな時間分解能を持たせたデータセットが蓄積されて

いる。密度分布を図(a)に示し、それに対応した時刻における固有関数 $\phi(r)$ を図(b)に示した。最大振幅は2mV以下である。

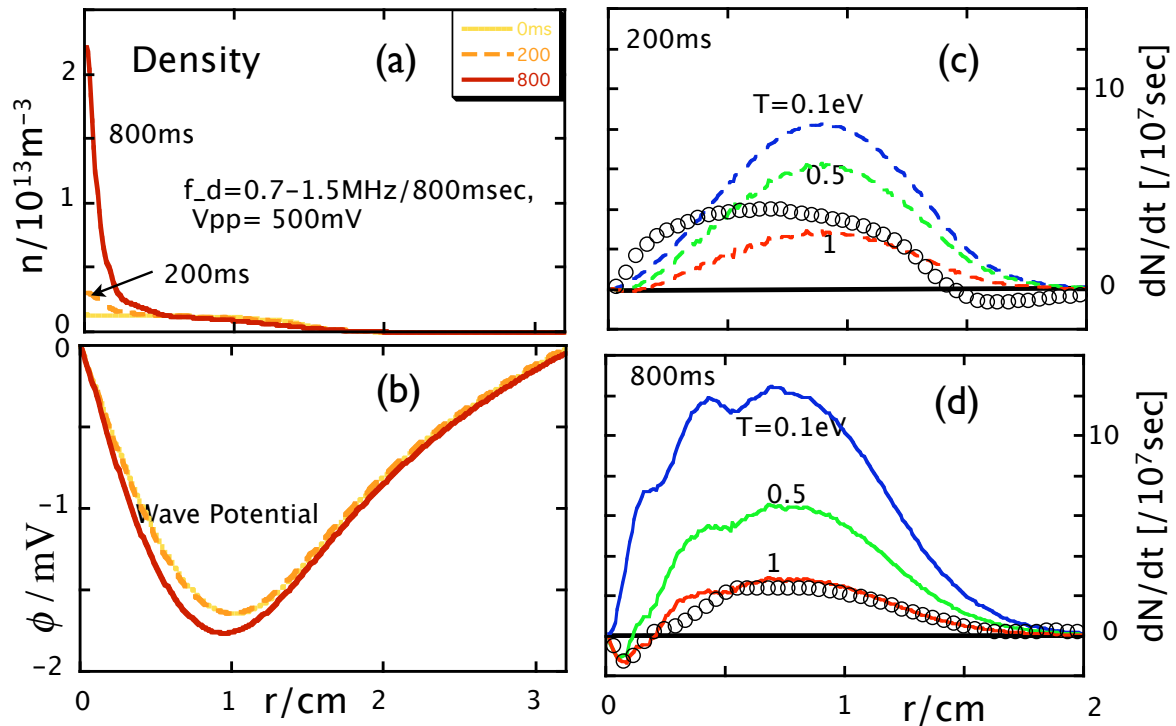


図 4.5 強磁場下において回転波によって圧縮される密度分布(a), 波動分布(b), 2 時刻における輸送率

密度分布に対応した時刻における $N(r)$ の増加率を実験データより評価して図(c)-(d)において白丸で表した。時刻 200ms においては、半径 1.5cm を境にして外側では外向き、内側では内向きの粒子輸送が観測される。これに対して時刻 800ms においては、半径 2mm を境にして外側では内向き、内側では外向きの流れが見られる。これに対して(4.10)と(4.31)とを組み合わせ評価した値も図(c)-(d)に描いてみた。この実験では電子温度を測定していないので、電子温度は自由パラメータとして導入してある。200ms においては、電子温度が外部で高温、内部で低温とすると観測データと理論的予測が良く一致する。一方、500ms においては全領域に渡り電子温度が 1eV まで上昇したとすると、観測と理論との間により一致が見られる。

電子温度の増加がまず外部に起こり、密度分布の圧縮に従って内部の加熱が起こることは、別途実験的に確認している。またこのことは理論モデルとも矛盾しない。このように準線形理論の予測と実験における観測は実験的に検証した全ての面において良い一致を示している。この比較のなかで、常にプラズマ内の高周波電場は固有値方程式(4.4)を満たすことを仮定してきた。この仮定で得られる予測はすべて観測結果と良い一致を示してきた。この事実は、

「プラズマ内部に発生する高周波電場は、リング電極で励振される高周波電場がプラズマ内部を伝播する Trivelpiece-Gould mode 波に変換され、波と粒子の共鳴相互作用に伴う Landau damping と径方向ドリフトによって、速度空間と実空間における高速の輸送を引き起こす。」

との理論モデルを矛盾無く実験によって支持するものである。

5. 渦運動と乱流の構造解析 [18,19,20]

5.1 非圧縮性二次元流体の実現 [3]

軸方向に井戸型の静電位分布と一様な磁場を重ねて構成される Malmberg-trap においては、密度分布に関しても軸方向の一様性が良い近似で成り立つ。純電子プラズマはその密度分布によって発生する自己電場によって \mathbf{ExB} ドリフト運動を行う。この時、いくつかの代表時間の間に充分大きな差があれば、各粒子は案内中心の位置と速度で記述できて、純電子プラズマはこの案内中心の集団としての挙動を示すことになる。その条件とは、

$$\text{サイクロトン周期} \ll \text{電子の軸方向往復時間} \ll \mathbf{ExB} \text{ 回転周期} \quad (5.1)$$

である。ここで注目する時間スケールは \mathbf{ExB} 回転周期の 1/10 程度を刻みとする。この時間帯において案内中心群の運動を局所的に平均した流速 $\mathbf{u} = \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2 = -\nabla\phi \times \mathbf{B} / B^2$ に対しては $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ が導かれ、巨視的には非圧縮性の 2 次元流体と等価になる。更に観測の時間範囲がクーロン衝突をはじめとした散逸に対する平均自由時間（通常 10ms 程度）よりも短ければ、理想的な Euler 流体とみなすことができる。このように、Malmberg-trap 配位を利用することによって、高いレイノルズ数を持つ二次元非圧縮性流体の特性を、純電子プラズマを使って理想的な状態で実験検証することができる。更にこの等価性が案内中心近似に基づくことに留意すると、自己電場の変動スケールがラーモア半径の程度まで小さくなったところで、理想流体の仮定が損なわれることが予想される。この限界を利用すると、散逸の空間スケールをラーモア半径を通じて制御できる可能性が生まれる。シア付きの \mathbf{ExB} 回転による巻き込みによって数回転で空間分布のスケールの最小値はラーモア半径に近づく。実験条件に応じて評価すると、この時間はクーロン衝突による緩和時間よりも遙かに短く、平均場による案内中心の駆動が中心機構となる。このようなスコープをもって実験を行うことを、本研究課題の骨子の一つと設定した。

5.2 不安定な初期状態からの乱流の発展[19,20]

5.2.1 渦のダイナミクス

ここで報告する実験においては、図 1.3 の 4 行目の図に示した手法で、中心軸近傍に穴のあいた密度分布を初期条件として作る。この分布で発生する方位角方向に回転する \mathbf{ExB} ドリフト流速は半径方向に勾配を持った所謂シアのある流れを作る。このような流れは流体力学で Kelvin-Helmholtz 不安定性と呼ばれる変形に対して不安定である。荷電粒子集団においては diocotron 不安定性と呼ぶ。この変形の成長によって、初期のリング分布は図 5.1 に示すように、数個の渦の塊に分裂する。各フレームに付けた数字は経過時間を μs 単位で表す。この図は長さが 80mm ほどの軸方向長さに渡り密度分布を積分した 2 次元分布を表す。二次元 \mathbf{ExB} 流の特長として、流速の回転微分で定義される渦度分布は、Poisson 方程式によって電子の密度分布に比例する。つまり、案内中心近似が成立する範囲の中で密度分布はそのまま渦度分布を表していることになる。

13-50 μs の時間帯において顕著なのは、高い渦度の強い渦群がランダムに動きつつ次第に合体して軸上に集中していくことと、これらの離散的な強い渦のまわりに低渦度で縞状の分布構造が発展することである。強い渦の挙動に注目して、低渦度の背景分布が強い渦のダイナミクスに与える影響については、我々のグループにおいて、詳細な観測と解析を行って来た。この図に示すよりも、さらに渦度の集中度が高い場合には、強い渦が規則的な配列（渦結晶）を構成することもその中に含まれる。ここで注目しているのは、背景を埋めている低密度であるが微細な構造を持つ渦度分布である。ここでは流れのパターンも微細な構造を持つ。

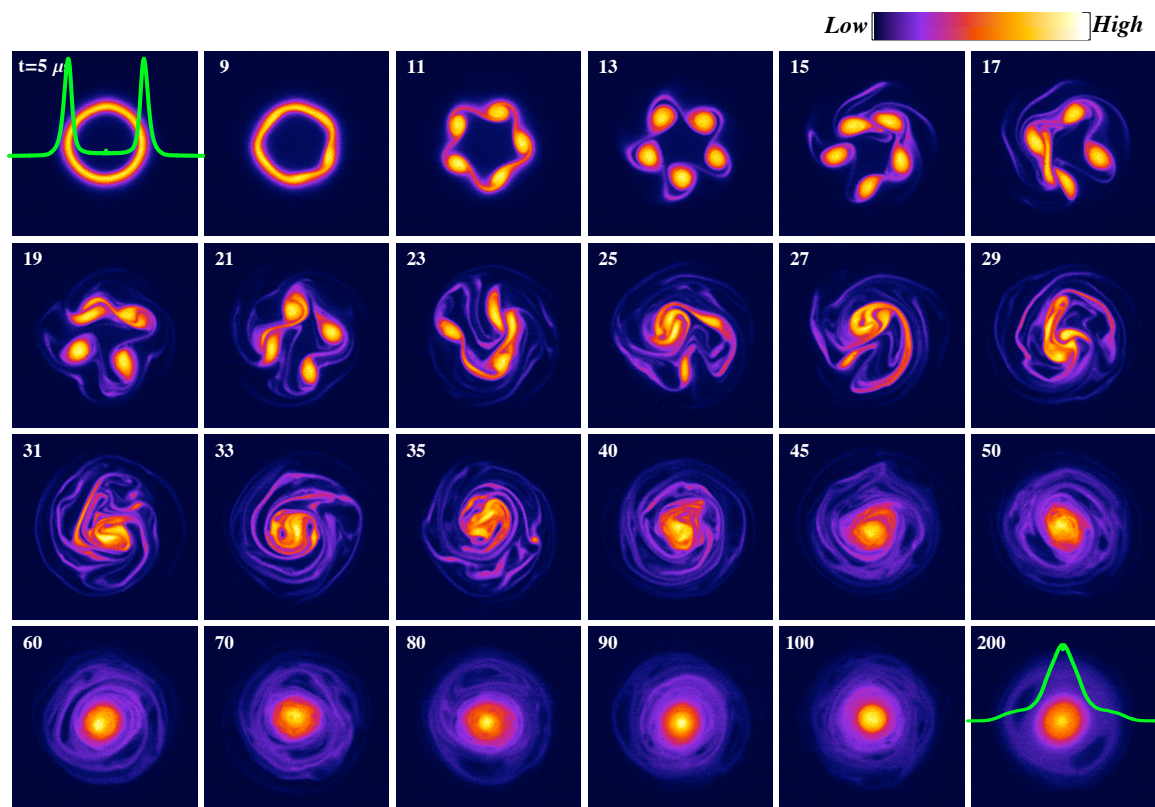


図 5.1 diocotron 不安定性による電子密度分布の変形で表される渦運動

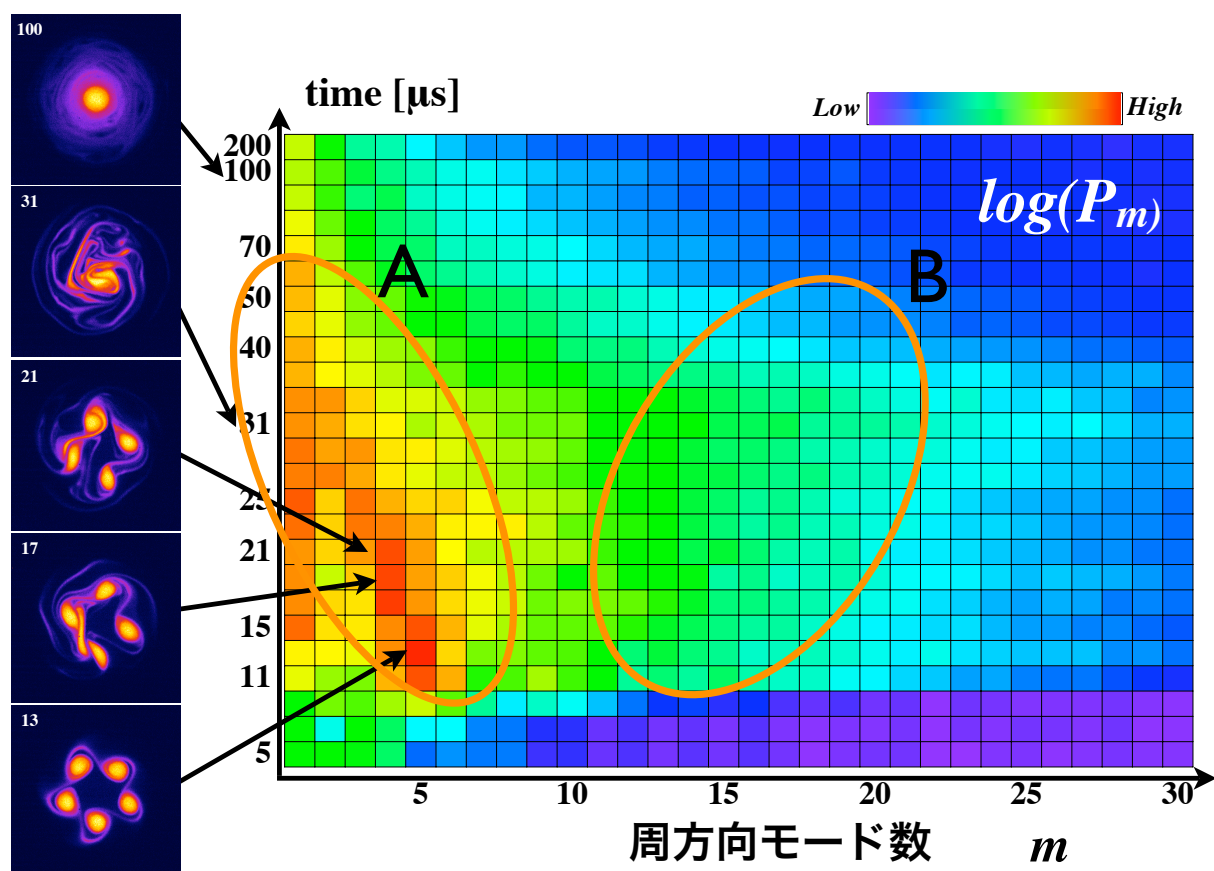


図 5.2 時間的に緩和する密度分布の周方向モードスペクトルの時間変化

5.2.2 スペクトル解析

図 5.1 に示された、2次元の渦度分布の直接観測結に対して、エネルギー密度分布を求め、それを半径方向には Bessel 関数系により、周方向には三角関数系によりモード展開を行う。その周方向のモードスペクトルを時間的に追跡したのが、図 5.2 である。ここで顕著なのは、第 1 に、赤で表示されたエネルギースペクトルのピークが時間と共に低次モードに移っていくこと。(A) これは数個の強い離散渦が合体して減数していくことの裏返しである。特長の第 2 は強度は低いが高次モード側に、スペクトルのテールが伸びていくことである。(B) これは背景の低渦度分布が強い渦の影響のもとに巻き込みを強め、その結果構造の微細化を推し進めることに対応する。波数スペクトル空間ではモード数が増加することを意味する。

2次元全平面で波数分析を行った結果をまとめたものが図 5.3 である。初期分布を表す赤い曲線には $k \sim 270/\text{m}$ の高次位置に強いへこみが見られる。これはリングの半径位置に鋭く立ち上がる密度分布を反映している。不安定性の成長によってリング分布が消滅することに対応して、この凹みは消えて行く。離散した強い渦分布の合体とともに、エネルギースペクトルにおいて低波数側は凹みが埋められ、高波数側は両対数座標において直線を描きながら下降する。ベキ依存性が確認されたことは、図 5.1 に描かれた渦運動が乱流的な特性を有することを意味している。しかし、ここから得られるスペクトルのベキ指数は 5 程度であり、二次元の乱れとしては理論予測 $E(k) \propto k^{-3}$ [21] よりも大きな値を示す。

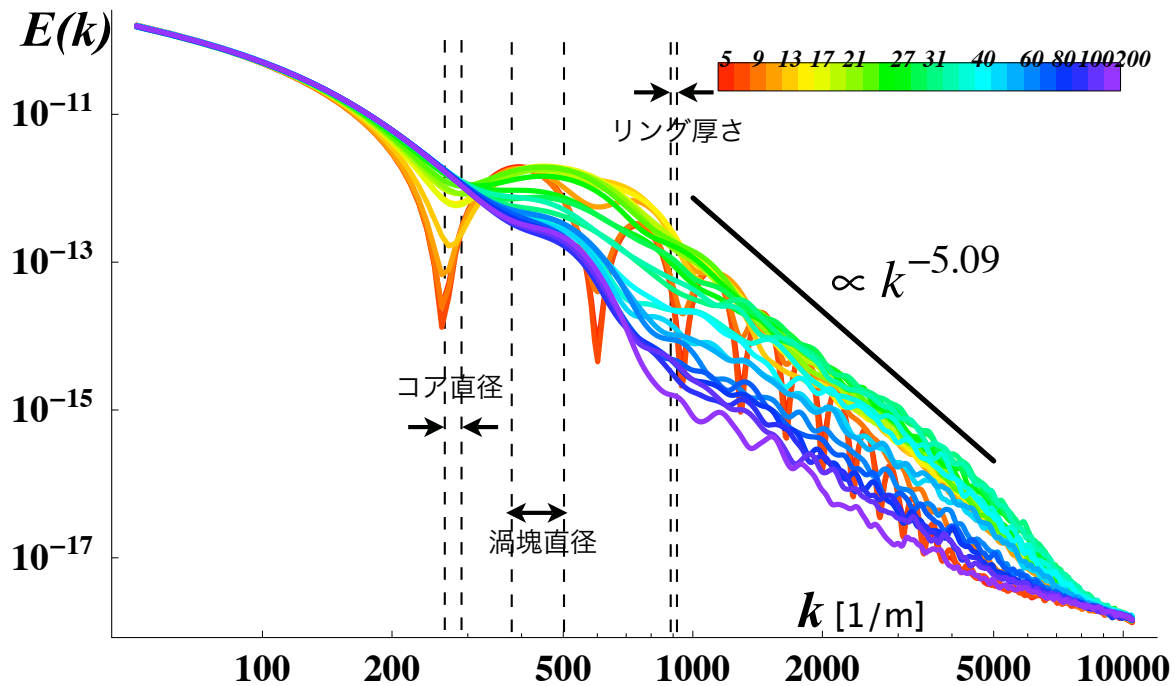


図 5.3 波数空間におけるエネルギースペクトルの時間変化

この時間依存性を示すスペクトル変化は、同一の初期条件から不安定な変形の成長と統計性の高い渦運動を伴って現れる。そこで各スペクトルに対して、それぞれが代表する時間幅を重みとして時間平均をとってみる。これは渦の発生と散逸的消滅が併行する定常状態を近似的に再現する操作とみなすことができる。もちろん異なった緩和時間に存在する異構造間の相互作用は含まれていないが、乱流発展の素過程をベースとして定常乱流を組み上げる一つの試行として位置づけることができる。その結果を図 5.3 に示す。左側はエネルギースペクトル、右側はエネルギースペクトル $E(k)$ に波数の 2 乗をかけて得られるエンストロフィースペクトル $Z(k) = k^2 E(k)$ の波数空間での輸送率 [20]

$$\eta(k) = - \int_{k_{min}}^k dk \frac{\partial Z(k)}{\partial t} \quad (5.2)$$

である. $\eta(k)$ が発生点である一次渦サイズより大きな波数空間で一定の値を採るのは, 二次元乱流のカスケード過程がエントロフィーにおいて進行するとする理論モデルの前提と矛盾しない. エネルギースペクトルのべき数が一様な乱流モデルにおける期待値 -3 でなく, 実験ではそれより絶対値の大きい -4.3 となることは, MacWilliams[22]による数値シミュレーション(1984)に関する検討結果を引用すると, 一次渦の効果が強くて破壊されにくいことを反映している.

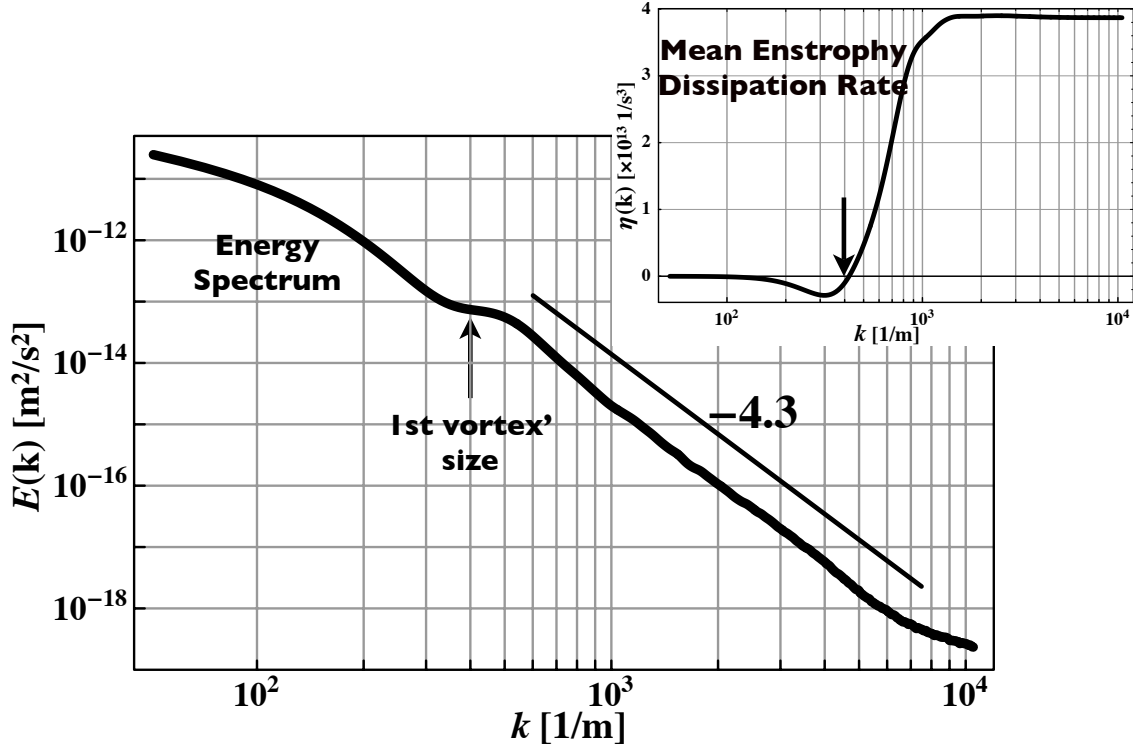


図 5.4 Free-decaying turbulence データより合成した定常乱流スペクトル

エントロフィーのスペクトルは非線形効果によって上方に広がろうとするが, ある値で制限される. この上限波数が何によって決まるかは, 興味のある問題である. 候補としては, 散逸や有限ラーモア半径 (Finite Larmor Radius) の寄与で, 実効的に散逸領域に入るからという考えかたと, 計測の分解能の限界に達したため, これより小さな構造は粗視化されて観測できないとの考え方がある. 本研究課題において CCD カメラの高性能化を図る前においては, その両者がほぼ重なっていた. 現在では, 観測面の向上と磁場強度の可変性を組み合わせて, 散逸スケールの評価が可能な状態にある. それによれば, 磁場強度の増加に伴って, 散逸スケールの縮小の傾向が現れている.

エントロフィーは渦度分布の集中度とともに増大する積分量である. これに対して, 渦度分布の勾配の二乗を全平面で積分した量が Batchelor によって導入され[21], これをパリンストロフィーと呼ぶ. パリンストロフィーの時間変化率をエントロフィーで割った値は実効的粘性率の 2 倍に等しいとする関係がある. 図 5.1 のデータを解析して, この平均値を評価すると, $\nu = 0.004 \pm 0.002 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ となる. 渦が 1rad 程度回転する時間を代表時間として選ぶと, 散逸長さはラーモア半径と同じオーダーとなる. このような解析結果より, 散逸スケールは, FLR 効果が顕著となり案内中心近似がくずれ始める長さ程度であると考えられることができる. しかし, 厳密な定量的解析は目下進行中であり, 今後続々とその成果を報告することになる.

5.3 渦の合体, あるいは波数の下方移動を支える機構 [18,19,20,23]

5.3.1 分布の変形と合体

2つの強い渦が合体するさい, 両者の分布には必ず変形が現れる. 問題を単純視するために2本の

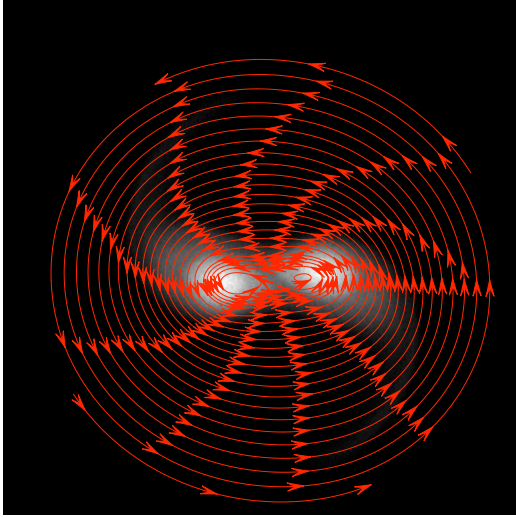


図 5.5(a) 実験室系の流れ場

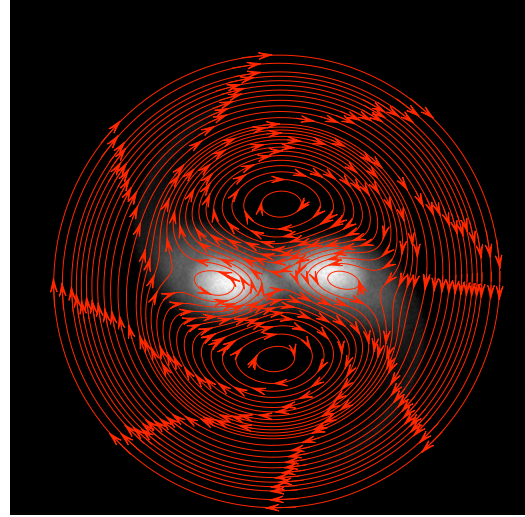


図 5.5(b) 回転座標系の流れ場

渦紐を抽出して, 両者の分布の時間変化を追跡してみる. 図 5.5 に白く描いたものは, 合体直前の密度 (渦度) 分布である. この電荷密度によって発生する流線の分布は赤い曲線群で示す. 実験室系で観測すると図 5.5(a)のように全体がほぼ一様に回転するだけしか見えないが, この流れを ExB ドリフトで回転する座標に移って観測すると, 図 5.5(b)に示すように, 両者の近接部を互いに引きつけ合う流れが現れていることが判る. 互いを引きつけ合う流れは, 密度分布の変形によって発生する. もし密度分布が丸いままであると, このように引き合う流れは生まれない. しかし, 強い渦が変形しない場合でも, これらを囲む低密度の背景渦が変形することによって, 互いを引き合う流れを作り出す. 5.2 節の記述に戻ると, 強い渦の変形とそれを取り巻く背景渦の変形がこのような役割を果たして, 強い渦の減数過程が進行する.

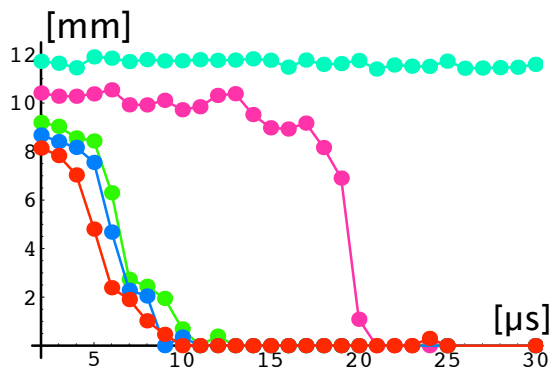


図 5.6(a) 渦間距離の時間変化

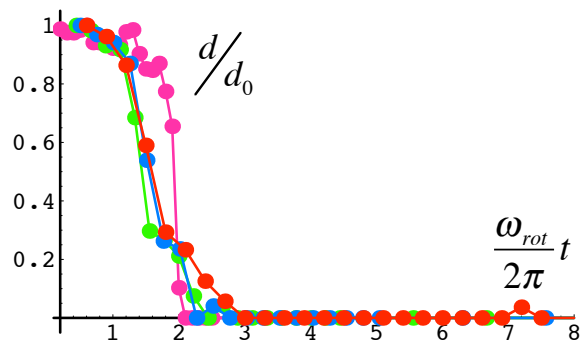


図 5.6(b) 規格化すると全データが一致する

合体に要する時間を評価する実験を行った. 初期状態において2本の渦の中心間の距離をいろいろ変えて, 渦間距離の時間変化を追跡すると, 図 5.6(a)が得られる. 12mm 以上離れた場合は, 観測時間内には合体しない. 合体する場合の距離を初期距離で規格化し, 時間を渦系の回転周波数で規格化すると図 5.6(b)が得られる. 合体する場合は, 全てのデータがほぼ同じ曲線の上に集積することが判

る。合体に要する時間は、相互の回転周期の2倍程度である。更に合体しない距離にあっても、両渦の間に低密度の渦度分布を置くと、2渦は急速に近づき合体する。

5.3.2 粒子、エネルギー、角運動量の輸送と保存

2つの強い渦の合体において系として保存される量を検証すると、ショットのばらつきの範囲内で保存される量として、総粒子数、エネルギー、角運動量がある。一方減少する量としてはエンストロフィーがあり、増加する量としてパリンストフィーがある。2渦が合体する過程で局所的には角運動量の絶対値は減少し、エネルギーは増加する。系全体で保存則を維持するには、合体する中心部から遠ざかる成分がなければならない。その役割を果たすのが、強い渦の周りに存在するか、あるいは強い渦の分布の裾野から放出される低密度の電子群（低渦度分布）である。実際図5.5においても、巴形に変形した分布のなかで、互いに最も遠い領域の電子は回転しながら中心から遠ざかる。この低密度成分の脱離が系のエネルギー、角運動量を一定に保つ役割を果たしているのである。

図5.1に示した不安定性から生じる渦のダイナミクスにおいて、角運動量（緑色）と密度（茶色）の半径分布がどのように変化するかを図5.7に描く。ただし、縦軸の量にはすでに円周が掛け算しているので、単純に半径方向に積分すれば、系の積分量となる。水色の曲線は外に向かう角運動量の輸送率である。粒子数においても角運動量においても、内向きと外向きの流れの存在が確認できる。

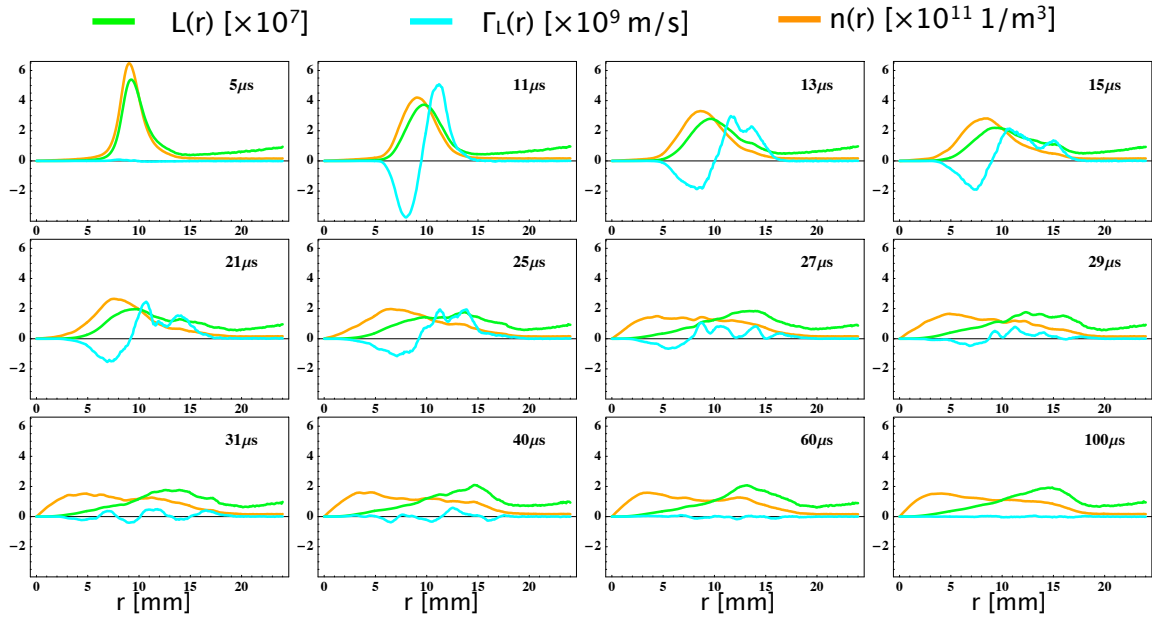


図 5.7 各時刻の角運動量（緑）と電子密度（茶）の半径分布、及び角運動量の外向き輸送率（水色）

強い渦間の合体に伴い密度分布が中心軸まわりを埋めるとともに、半径方向に広がり、軸対称な分布を形成することに対応して、空間的に滑らかなエネルギー分布が達成される。これがエネルギー分布が低波数にシフトして行く機構である。しかしながら、Euler 流体と同じく非中性プラズマは極めて保存性の高い多粒子系であるため、広がり方については初期条件によって強い拘束が加わることも忘れてはならない。

5.4 渦結晶の形成と緩和[24,25]

5.4.1 研究の背景

電子群が有限な広がりを持つ場合、その空間分布の時間変化は渦度分布の緩和とみなすことができる。というのがここまでの報告である。この緩和過程では渦塊は合体を繰り返しながら、その数を減少させる。同時に合体過程において角運動量を保存するために、構成電子の一部を放出する。これが強い渦塊を取り巻く背景渦の源となる。強い渦塊が作るシアの強い速度場の中でこの背景渦の構造の微細化が進行する側面を乱流として 5.2 節では取り扱った。

合体を促進するのは、5.3 節で検証したように、渦塊の広がり渦塊間距離に対して持つ比率の大きさである。そこでは、渦塊の広がりを小さくしていった場合、5.2 節で述べた free decay turbulence の進行速度が遅くなるだけであろうか？この問に対する答えは 1995 年に UCSD の Fine 等によって、思いがけない形で現れた。[28] もっとも、この設問自体が後付けであって、1995 年には存在しなかった。これまでの研究では、相互作用によってランダムに動き回る渦塊の合体間時間は渦塊数の減少に伴って増加し、渦塊数は $\bar{n}_c \propto t^{-\xi}$ ($\xi \approx 1$) のように時間のべきに比例することが、シミュレーション・実験に基づき経験的に知られている。これを説明するスケーリング理論も提案されている。これに対して Fine 等の実験は、強い渦塊は緩和の途中で規則的な配列を形成し、その配列はべき則から離れて、長時間維持されることを示した。この渦結晶の形成機構と破壊、そして次に形成される新しい配列については、大きな興味を持たれながらも良く理解されていない。なかんずく、渦結晶緩和に関する時間依存性については殆ど注目されて来なかった。

ランダムな渦塊の運動が結晶形成に至るために、背景渦の寄与が本質的であることは実験的検証が積み重ねられてきた。[3,4,5] しかし、各結晶配位の寿命については議論されることが無かった。実際実験してみると、結晶配位の崩壊は極めて統計的に起こる。これは、様々な要素が重なり合っているからであり、条件の整理が必要であると考えられる。

このような視点から、初期条件として半径の小さい高密度の渦塊（二次元であるから渦紐に近い）群を配列も含めて固定し、このセットを図 5.8 に示すような密度の異なる背景渦度分布の中に埋め込んで、系全体の緩和を追跡してみた。[24,25]

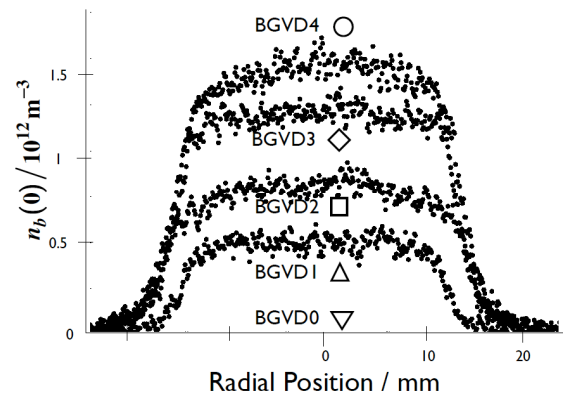


図 5.8 渦紐を埋め込む背景渦の初期分布

5.4.2 実験結果の概略と検討事項

[1] 渦結晶を形成する渦紐数は時間の対数に依存する。

観測によれば、背景密度が低い場合、渦紐が合体して減数し十分な量の背景渦を補充するまで、渦結晶は形成されない。そこで、初期条件とする背景渦の高さを様々に変えて、緩和過程で渦結晶配位が観測された場合に、結晶を構成する渦紐の個数を時間の関数として整理してみた。その結果を図 5.9 に纏める。各シンボルは背景渦の初期分布に添えたシンボルと対応している。ここで時間軸を対数スケールにとり、渦紐の数を線型スケールにとると、データ点はほぼ直線上に並ぶ。かなりばらついていることは事実であるが、縦軸を対数スケールにとると回帰直線は直線にならない。もし直線となれば、渦紐本数についてべき依存性が得られ、結晶配位が形成されない場合のスケーリングに帰すことができる。確認のため、良く知られている Fine 等の実験を同様の片対数座標に整理し直すと、挿入図に示すように、データ全体がほぼ直線状に並び、オリジナル論文[28]の両対数座標に現れた相関の弱い配列に比べて、大きく改善されることが明らかとなった。

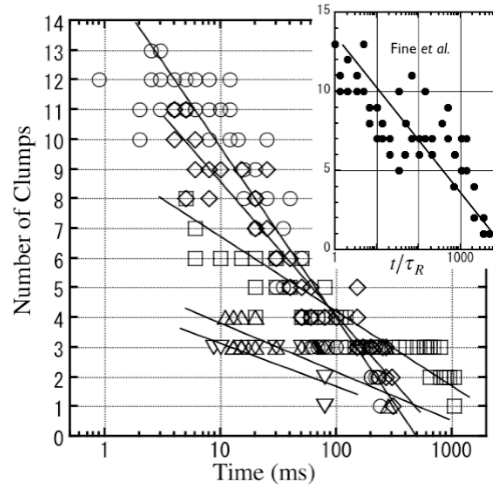


図 5.9 各背景渦における結晶渦紐の時間変化

ここに示した片対数座標系における直線の勾配は、背景渦の初期密度に依存する。その勾配は背景密度の増加とともに大きくなる。実験データが示す特性は、次の関係にまとめることができよう。

$$\tilde{n}_c(t) = \tilde{n}_c(t_0) - \gamma \ln(t/t_0) \quad (5.3)$$

$$\text{但し,} \quad \gamma = 0.166 \exp \left[1.61 n_b(t_0) / 10^{12} \text{m}^{-3} \right] \quad (5.4)$$

この経験則は、背景渦がカオス的な渦塊の運動を秩序ある配列に導き維持する[5]だけでなく、いったん形成した準定常状態を破壊する役割も果たすことを表している。

[2] この時間依存性の起源

物理量の時間変化が対数依存性を示す例は、かなり多い。粉体の間歇的なパッキングやガラスなどの構造パラメタがその例である。ある時間スケールでは(準)平衡状態にありながらも、より緩やかに進行する基礎条件の変化によって、既存の構造が突然破壊され、混沌とした運動のすえ、次の準平衡状態候補のどこかに移ると解釈される。我々の観測によれば、準平衡配位において渦紐分布の拡散的な広がりが増加することに対して、周囲の背景渦によるシア付きの速度場が破壊効果を持ち始めることが重要と考えられる。それが対数依存性につながるかどうかについては、もうしばらく検討が必要である。

[3] 渦系の配位はいかに決まるか？

一方、孤立状態におかれて相互作用する渦紐の数が時間的に減少し、残留個数に応じて特徴的な二次元配位を形成することが観測されている。その例を図 5.10 に示す。各フレームにおいて上段が純電子プラズマにおいて得られた渦結晶と解釈される配位の撮影像である。ここでは図 5.9 にまとめた一連の実験で得た最大 14 本までの結果を示している。これに対応して下段に並べてあるのは、超流動状態にある液体ヘリウムにおいて常流動体の渦糸がエネルギーの極小状態として位置する配位の理論予測である。マス印は対応する配位が見つかっていないことを意味する。

渦結晶の配位を定める物理機構としては、さまざまな提案はあるものの決定版が無い。観測と良く一致する配位を導出したと評価され、最も知名度の高いものは UCSD の Jin & Dubin が提案した、Regional Maximum Fluid Entropy model [29]であるが、配位を決めるためには天下りの拘束条件が多い。しかも配位間の遷移については何も語らない。この問題点を、本研究で得られた対数時間緩和特性を視野に入れて検討してみたい。

[4] 緩和方程式とベキ依存性の再現

経験式(5.3)が満たすべき運動方程式を捜してみる。経過時間を最初の結晶が現れる時刻 t_0 で規格化し

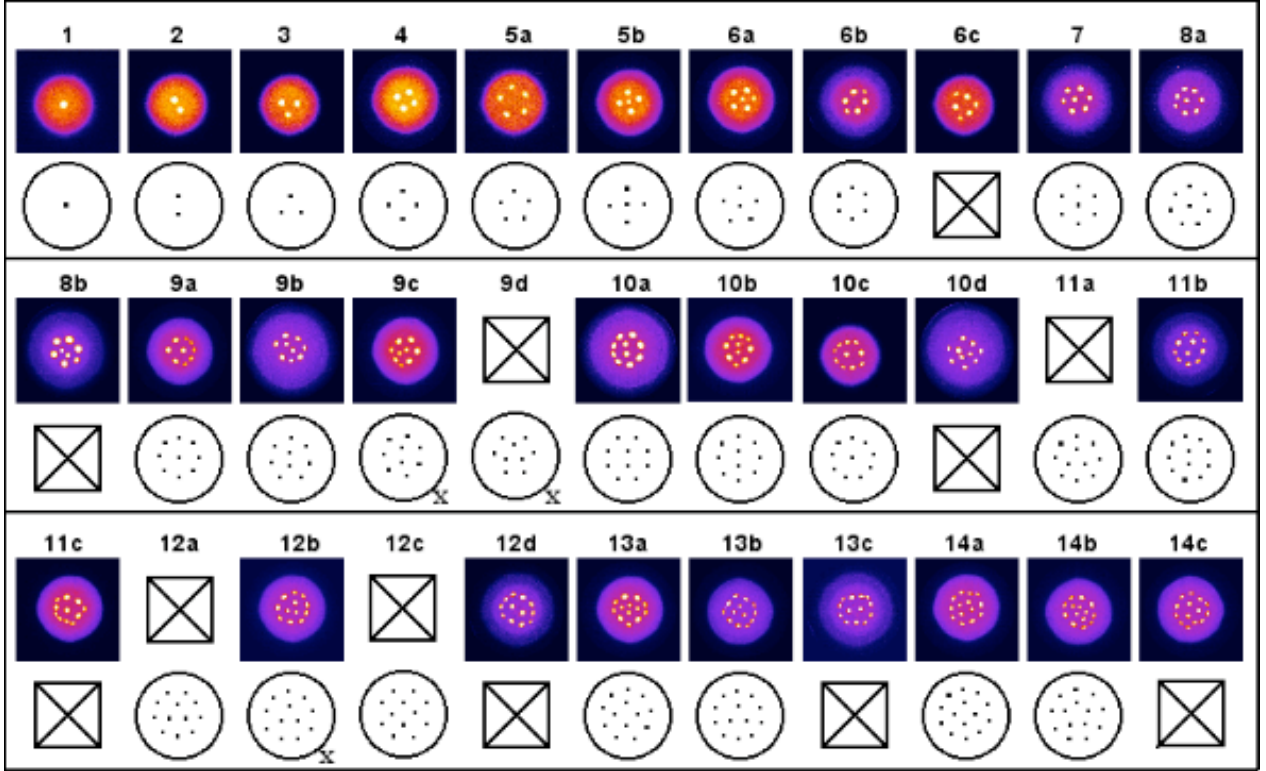


図 5.10 純電子プラズマの渦結晶配位（上段）と対応する超流動ヘリウムの渦糸配位（下段）

て, $\tau = t/t_0$ で表すと, (5.3)が次の微分方程式を満たすことはすぐわかる,

$$\frac{d\tilde{n}_c(\tau)}{d\tau} = -\gamma \exp\left[-\frac{\tilde{n}_c(1) - \tilde{n}_c(\tau)}{\gamma}\right] \quad (5.5)$$

ここで, 渦紐の環境を構成する背景渦に依存する γ と渦紐数を組み合わせた, 一種の Boltzmann 変数

$\eta(\tau) = \exp[\tilde{n}_c(\tau)/\gamma]$ を導入し, $\eta_1 = \eta(1)$, $U(\eta) = \eta^3/3$ と定義すると, (5.5)式は次の形に変換される,

$$\eta_1 \frac{d\eta}{d\tau} = -\eta^2 = -\frac{d}{d\eta} U(\eta) \quad (5.6)$$

これは, 状態変数 η で代表される質点がポテンシャル $U(\eta)$ の中をずり落ちる運動を表す. その摩擦は平滑化されたポテンシャルがミクロスケールで有する凹凸に陥りながらも, 渦紐と背景渦の揺動によって脱出し, よりエネルギーの低い状態に遷移する過程を表すと解釈する. エネルギーの極小状態として得られる図 5.10 の超流動モデルは, このミクロスケールの凹凸に対応すると考えて, 対応づけるのである.

この変換された変数において, 経験則(5.3)を表すと, 結晶形成が無い場合の強い渦に関する比例則と同じ形の時間依存性が次のように得られる,

$$\eta(\tau) = \eta_1 \tau^{-\xi} \quad (5.7)$$

しかも, ここで得られる指数は, 相似則モデルにおいて期待されている $\xi=1$ である.

強い渦の乱流的相互作用と渦結晶の形成・崩壊・遷移過程をこのような変換を通じて関係づけられる, ことに物理的意味があるかどうか, だとすればそれは何かについて, 更に検討を加えて行きたい.

なお, 正負を含む中性プラズマ渦において, 中性状態に混合するか, それとも正負それぞれに分極するかについて, ミクロカノニカル集団として扱った例を文献[30]に報告している. ご参照いただきたい.

6. 熱平衡分布の形成と遷移過程の計測 [7,26,27]

6.1 Malmberg-trap における「平衡分布」

井戸型ポテンシャルで特長づけられる Malmberg-trap において得た実験データに対して 3 節に記述した解析法を適用して、棒状の密度分布を平衡解として導出することができる。一例を図 6.1 に示す。真空の電位分布を図(a)の形に作り、この中には棒状に純電子プラズマを入れて、クーロン衝突よりもはるかに長い時間保持し緩和させる。この状態で観測されるのは、軸方向に積分した線密度分布である。この観測データについて、Boltzmann 分布を仮定した平衡分布を求めると、図(b)に等高線で示すような 3 次元分布が唯一解として導出される。軸上の密度分布は最下段に示すように、井戸型電位障壁が立ち上がる場所までは平坦であり、そこを越えると急速に減少する。第 4 節において波動による分布の圧縮／膨張を検証した実験における初期分布は、正にこの形に設定されていた。

この密度分布においては、しかしながら、両端部においては速度分布のシアが強く現れ、クーロン衝突や微細な揺動による散逸機構を通じて、外場からエネルギーが絶えず注入されて、電子は絶えず弱く加熱をうける。つまり、エネ

ルギー授受の無い、孤立した平衡状態にあるとは言えない。

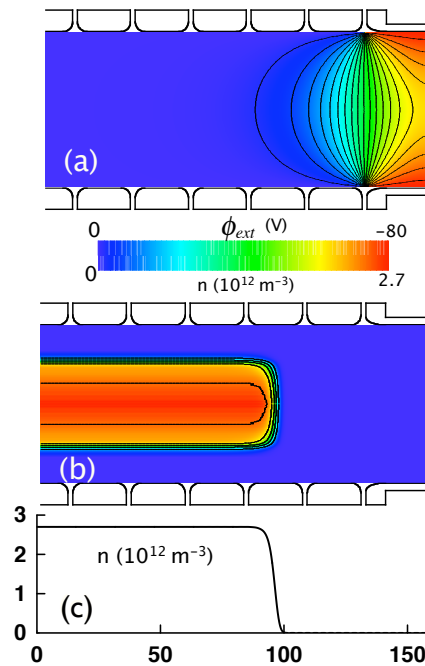


図 6.1 Malmberg trap における平衡密度分布

6.2 Penning-trap における平衡分布

Penning-trap は真空状態において、一様な磁場に沿う軸方向と径方向に放物線状の電位分布を持たせた配位である。図 6.2(b)にリング電極に加えるバイアス電圧と内部の電位分布の概要を描く。図(a)は図 6.1 に示した Malmberg-trap のバイアス分布である。Laplace 方程式から径方向の電位分布の曲率と軸方向のそれとは、 $-1:2$ に等しくならねばならないとの条件が課される。したがって、軸方向には電位障壁を作り、径方向には磁場による拘束を与えることになり、この点については図 6.2 にも明らかなように、Malmberg-trap と同じである。違いは電位分布の形状にある。Penning-trap の電位分布には一様な部分が全くないため、密度分布は図 6.1 のような円柱状の形にはならない。

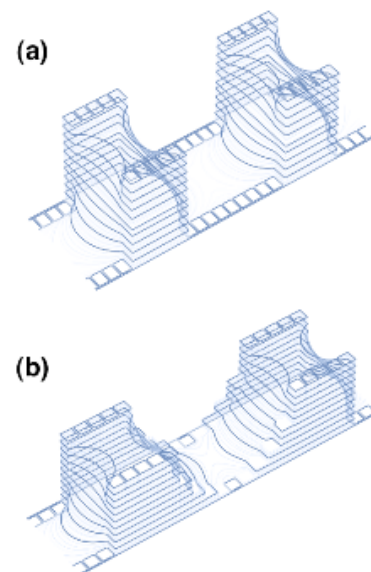


図 6.2 電極バイアスで作るトラップ電位分布

平衡解の存在については違いがある。Penning-trap においてはすでに、温度が零の極限において平衡解が解析的に得られている。温度が有限になると解析解ではなくなるが、平衡分布は存在すると期待される。あとで示すように実際に導出されている。これに対して、Malmberg-trap では温度が零の極限では特異点が現れて、平衡解が見つからない。有限温度になると、数値的に「平衡解」を導出することはできる。しかし、その計算には個別的に膨大な時間を要し、精度について系統的な評価を行うことは困難であった。第4節において手短に述べた手法はその問題を克服し、PC 上において数秒以内に図 6.1 に描く分布に到達する。この手法の概要を以下に報告する。

6.3 平衡分布導出の枠組み[26,27]

解析の手順を実験と対応させて以下に列挙する。

(1) 外部から与えられた一様な強磁場の中に軸方向に小刻みに分割された導体円筒を置き、軸方向に離散的に電位分布を与えて、軸方向への閉じ込め電位分布を形成する。近軸近似では放物線に一致する分布を作ることができる。しかし必ずしもこの形に限られるわけではなく、Malmberg-trap 配位も含む任意の電位分布に対処できる。このように外場として与えられた電位分布 $\phi^a(r, z)$ は既知とする。

(2) 実験データは密度分布を軸方向に積分した、

$$n\ell(r) = \int_{-L}^L dz n(r, z) \quad (6.1)$$

である。十分緩和したあとの分布において軸対称性は観測により確認されている。この観測データが三次元分布を求める場合の拘束条件となる。

(3) 密度分布 $n(r, z)$ については、各磁力線つまり半径 r 毎に Boltzmann 分布が成り立つのとする。クーロン衝突時間の 100 倍以上の経過時間の後では、これも妥当な仮定であろう。何しろ「平衡分布」を求めようとしているのだから。

(4) 以上の拘束条件の中で想定される密度分布によって形成される「自己電場プラス壁に誘起される鏡像電場」のポテンシャルは壁表面でゼロでなければならない。これは条件(1)を満たすための必要条件である。プラズマの存在に伴って現れるこの2つの電位分布は常に和の形で寄与するので、これからは纏めて $\phi^S(r, z)$ で表す。

(5) 目標は、Poisson 方程式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi^S}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi^S}{\partial z^2} = \frac{e}{\epsilon_0} n(r, z) \quad (6.2)$$

を満たし、かつ壁位置 $r = w$ における境界条件 $\phi^S(w, z) = 0$ を満足する自己ポテンシャル $\phi^S(r, z)$ に対して、Boltzmann 分布にしたがう密度分布

$$n(r, z) = n(r, 0) \exp \left[e \{ \phi^a(r, z) + \phi^S(r, z) \} / T \right] \quad (6.3)$$

を求めることにある。但し、観測データを拘束条件として、次の規格化条件を課す。

$$n(r, 0) = n\ell(r) / \int_{-L}^L dz \exp \left[e \{ \phi^a(r, z) + \phi^S(r, z) \} / T \right] \quad (6.4)$$

(6) 境界条件を常に満たすために、分布関数は全て軸方向には余弦関数で、半径方向には Bessel 関数で展開しておく。(z 方向に非対称であれば sin 成分を導入する。) 即ち、

$$n(r,z) = \sum_{m,n=1}^{\infty} A_{mn} J_0(\kappa_m r) \cos k_n z \quad (6.5)$$

ここに係数は

$$A_{mn} = \frac{2}{L w^2 J_1^2(\chi_m)} \int_0^w dr r J_0(\kappa_m r) \int_{-L}^L dz n(r,z) \cos k_n z \quad (6.6)$$

であり, $k_n = (2n-1)\pi/L$, $\kappa_m = \chi_m/w$ である. ただし $J_0(\chi_m) = 0$ である. これにより境界条件が常に満たされる.

(7) ポテンシャルについても同様の級数展開

$$\phi^S(r,z) = \sum_{m,n=1} B_{mn} J_0(\kappa_m r) \cos k_n z \quad (6.7)$$

を行い, Poisson 方程式に代入すると, 代数計算によって係数の間に

$$B_{mn} = -\frac{e/\epsilon_0}{\kappa_m^2 + k_n^2} A_{mn} \quad (6.8)$$

が成り立つ. これで総合ポテンシャル $\phi^a(r,z) + \phi^S(r,z)$ が決まった.

(8) そこでこの総合ポテンシャルを使用して, (5)の密度分布評価しなおし, それを(6)により級数展開すると, (7)から再び新しい $\phi^S(r,z)$ が導かれる. この操作を繰り返して同じ解ができるようになれば, それが求める平衡分布である. しかし, この反復法では通常は解が振動して収束しない. 現実には, 前の段階の自己電位解と次の段階の解を 9:1 程度の割合で加重平均して次のステップに入る作戦が着実に収束させるうえで, 有効であることが経験的に判っている.

6.4 平衡密度分布の導出例[26,27]

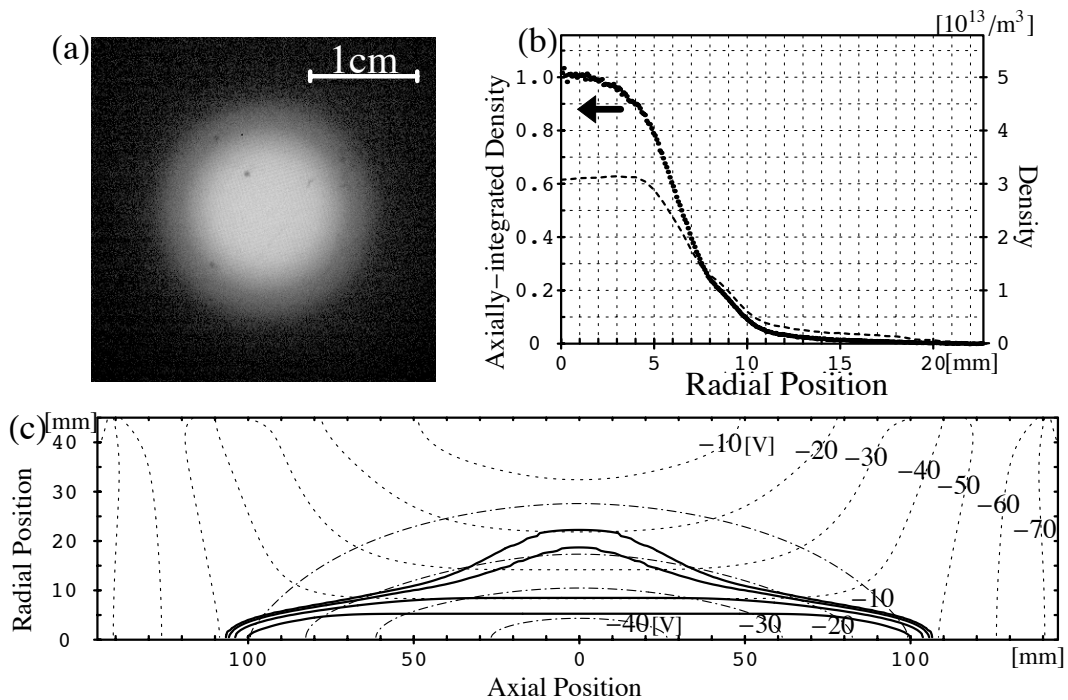


図 6.3 Penning trap において実測画像データより平衡分布を再構成する

観測された画像データから3次元密度分布と電位分布を導出した一例を図6.3に示す。これは、磁場強度2TのPenning-trapに総数が 8.1×10^8 個の電子を30秒閉じ込めたあとで計測されたデータである。電子温度は0.1eVとしている。温度はiterationを進めるにつれて実験条件に近い値に下げて行くと解の収束を確保しやすい。逆に現実の温度より下げると収束はしにくくなる。

図(a)はCCDカメラの画像として得られた、512 x 512個の数値アレイである。これが線積分された二次元分布密度分布 $nl(x,y)$ を表す。数値的にも軸対称性が高いことは確認できるので、揺らぎを無くするために周平均をとって、(b)図の左縦座標のように $nl(r)$ に変換する。これが解析全体を通じて拘束条件となる。そこで、上記の反復操作を行うと、図(c)に実線で描いた密度分布 $n(r,z)$ の等高線が得られる。この密度分布によってできる自己ポテンシャル分布 $\phi^S(r,z)$ は破線で描かれた楕円形の等高線群である。この結果総合ポテンシャル $\phi^a(r,z) + \phi^S(r,z)$ の等高線は点線で描かれた曲線群となる。密度分布が零でない領域内ではこの等高線が磁気軸に平行になる。平行からずれる分は有限温度の効果である。このようにして得られた中央断面 $z=0$ における径方向の密度分布 $n(r,0)$ は、図(b)において点線で描かれている。

図(b)-(c)で明らかなこととして、①高密度の領域では分布は平坦であること、②中央断面の近くでは低密度の分布が壁に向かって伸びていること、を読み取ることができる。高密度の領域の分布は温度が零の極限で得られる平衡分布の解析解とよく一致している。この解析解は境界壁が無限遠に遠ざかり、その寄与が消えた条件のもとに得られたものである。しかし、実際には半径約10mmまで広がった電子分布に対して45mmの位置に導体壁が存在する。この壁の表面で、電位分布が外的に与えられた値に等しくなるには、純電子プラズマの総電荷の増にしたがって、反対の電荷の密度分布が現れねばならない。この鏡像電荷に伴う電位分布の上昇は中央断面の周囲が最も大きいため、低密度のハローが発生すると解釈される。Poisson方程式を有限要素法によって数値的に解く場合は、注意深く数値精度を高めないと、このような希薄な構造は観測されない。実際、このようなハローを持った3次元の密度分布が導出されたのは初めてである。

6.5 電子温度の評価[26,27]

6.5.1 微量抽出の必要性

電位分布と密度分布をつなぐ(6.3)式に必要な電子温度は、電子の運動エネルギー Spektrum を Maxwell 分布で再現できるパラメータとして決められる。前節で議論した密度分布は全電子を抽出して決定した。このことから、電位障壁の高さを変えて、流出する電子の数を障壁電位の関数として計測すればエネルギー Spektrum は容易に得られると考えるのが自然である。しかし、非中性プラズマにおいては、この解釈は正当化されない。例えば電子を総数の10%抽出すると、残された90%の電子で形成される自己ポテンシャルは電子温度よりも大幅に上昇する。この結果電子を引き留めようとする引力が強まり、障壁電位を変える前の状態なら抽出されるはずの電子が出てこなくなる。つまり、計測によって状態が全く変わってしまうのである。密度分布計測においては、電子のエネルギーは問題とせず、断面内の位置だけが磁化効果により保存されることを期待して、全電子を磁力線にそって排出したところが成功の鍵であった。

不首尾となる例を図6.4に示す。図6.3と同様に実験条件において、異なる緩和時間を経た後、障壁電位を変えて抽出電子数を計測した例である。抽出量が全数の2%を越えると、流出電子の数は指数依存性から大きくずれ始める。横軸にとったのは外部から設定する電極電圧であり、接地電圧から

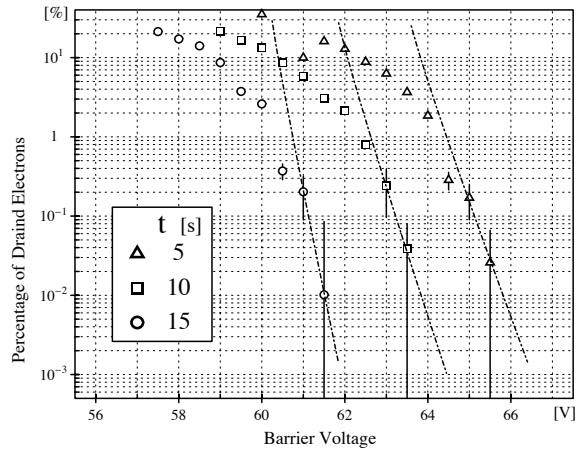


図 6.4 障壁電位の掃引ではエネルギースペクトルに歪みが生じる。

測った軸上のポテンシャルは、この電極電圧に比例して変化すると考えてよい。しかし、trap 内の電子にとって障壁の高さは、このポテンシャルと残された電子集団が作る自己電位とトラップ電位で構成される総合ポテンシャルの差である。自己電位が変化したら、この差は外的条件によって一意的に決めることができない。このような不確実性が無視できるのは抽出量が 1%以下に抑えられた場合に限ることを図 6.4 は物語っている。

この実験的検証の制限に従うと、障壁電位を作るプラグ電極のバイアス電圧の可変範囲は高々 1V 以内である。図 6.4 のエラーバーで記された実験のばらつきを考えると、この狭い範囲内で、再現性良くエネルギースペクトルを得ることは困難である。

6.5.2 微量抽出による低温度計測の実際

ここで微量抽出に対しても適用できる新方式の温度計測法を導入する。鍵となるのは、前節で記述した平衡密度分布の高分解能決定である。ここで得られた密度分布によって純電子プラズマ内のポテンシャルの空間分布は 0.01V 以下の刻みで決定することができる。しかも密度が分布する領域の殆どに渡って総合ポテンシャルは磁力線方向に一定である。したがって、各磁力線ごとに、その上にある電子に対する電位障壁の高さは異なることになる。言い換えると、プラグ電極に与えるバイアス電位を変化させなくても、障壁電位の掃引が空間的に実現されたことになる。もしこの障壁掃引に対応する径方向の広がりの中で電子温度が変わらないとみなすことができるならば、この領域内の平均温度が評価できる。

平衡状態にある純電子プラズマの中央面における総合電位分布の一例を図 6.5 に描く。エネルギー障壁として扱うため、符号を逆転している。この線の上側に電子の運動エネルギーの分布を濃淡で描いた。プラグ電位を変えて障壁電位が下がって来た状態を点線で描いた。この障壁電位はリング電極で形成されるため、壁面から軸に近づくにつれて浅くなる。点線より上にある薄塗りの部分に対応する高いエネルギーを持つ電子が障壁を越えて検出される。点線と実線の間のギャップより、軸に近い電子ほど低エネルギーでも抽出されることが予想される。

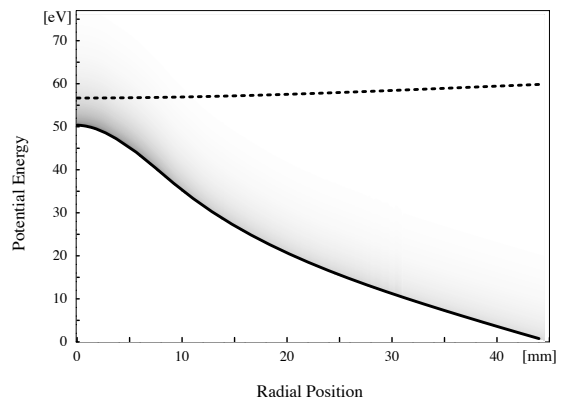


図 6.5 電子の空間電位分布をエネルギー掃引に利用する。

このような考え方をベースとして、プラグに印可する電位を、-65.5V から -64.5V まで変えた時の抽出電子の径方向分布をプロットしたデータを図 6.6 に描く。抽出前の電位は -80V である。-66V では抽出量は検出レベルに達していない。軸に近い電子ほど流出しやすいことは図 6.5 から予想されるとおりである。プラズマ密度分布の半径 5mm に比べて、電子が抽出される範囲が 1mm 未満に限られていることに注目されたい。この図に密に記されたデータ点は各点において障壁を零にして全量を抽出した場合の電子数で規格化したものであり、数ショットに渡る平均値とばらつきを表す。

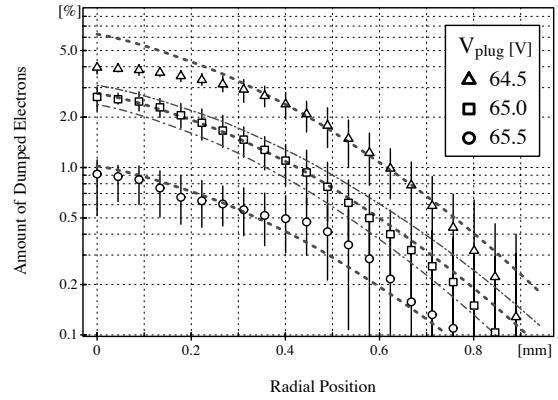


図 6.6 抽出電子の空間分布より温度を評価。

これらのデータ点に添えて描いた点線群は図 6.5 に対応する障壁電位に対して、Maxwell 分布をした電子が流出するとした場合に期待される抽出量の規格値である。ここで太い点線について想定された電子温度は共通して 0.089eV である。障壁が -65.5V の場合は、抽出が少量であるため、ばらつきの大きい周辺部よりも軸近傍での fitting を重視し、-64.5V の場合は、抽出量が局所的には 5% に達するため自己電位の変化が現れ始めて抽出量の鈍化が始まる軸近傍よりも、その直近の外部を重視している。参考のため、バイアス電圧が -65V の場合に、 $\pm 5\%$ だけ変えた温度に対する曲線も細く追加した。実験データに対する fitting がこの程度の幅のなかに制限されることを意味する。このように、電氣的掃引では判別できないエネルギー分解能を空間掃引に替えることで達成できた。

6.5.3 電子温度の時間的緩和

前節で導入した電子温度評価法を時間的に緩やかに緩和していく、純電子プラズマの追跡に適用した。その結果を図 6.7 に描く。電子温度は約 30 秒の e-folding time をもって、緩やかに下降することが示された。サイクロトロン放射冷却による e-folding time は約 1 秒と評価される。それに比べるとはるかに緩やかである。しかし、ここに得られた 0.06eV は室温に保たれている壁温度の 2 倍である。このように周囲の温度に近くなると環境からの輻射を吸収する効果、およびサイクロトロン放射が壁で反射されたものを、電子が自己吸収する効果が大きい。さらには、実験的に存在が確認された希薄なハロー分布の電子はコア部の電子に比べて遅く回転せざるを得ない。この回転シアは細かなスケールの揺動を発生し、それはいずれ熱エネルギーへと変換される。このようなエネルギー入力とサイクロトロン放射のバランスで温度の下降が極めて緩やかになっていると解釈できる。何よりも、微小量の抽出によって、0.01eV の分解能をもつ温度評価が可能になったことを大きな成果としたい。

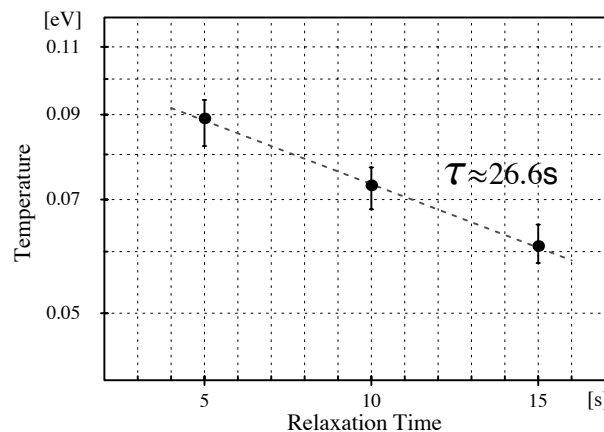


図 6.7 熱平衡状態にあつて放射冷却する電子の温度変化

7. 参考文献

- [1] Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei and A. Mohri, “Dynamics of Electron-Plasma Vortex in Background Vorticity Distribution,” *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3173 (2000).
- [2] A. Mohri, H. Higaki, H. Tanaka, Y. Yamazawa, M. Aoyagi, T. Yuyama and T. Michishita, “Confinement of Nonneutral Spheroidal Plasmas in Multi-Ring Electrode Traps,” *Jpn. J. Appl. Phys.*, **37**, 664 (1998).
- [3] 際本泰士「非中性プラズマ中の渦運動」日本物理学会誌 **56**, No.4, 253 (2001).
- [4] Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei and Y. Soga, “Strong Effects of Background Vorticity Distribution on the Dynamics of Coherent Vortices in Electron Plasma,” *Physica Scripta*, **T98**, 34 (2002).
- [5] A. Sanpei, Y. Kiwamoto, K. Ito and Y. Soga, “Formation of a vortex crystal cell assisted by a background vorticity distribution,” *Phys. Rev. E*, **68**, 016404 (2003).
- [6] J. Aoki, Y. Kiwamoto, Y. Soga, and A. Sanpei, "Novel Application of Electron Vortex Dynamics to the Alignment of Magnetic and Cylinder Axes", *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol43, No.11A pp.7777-7781 (2004).
- [7] Y. Kiwamoto, J. Aoki, Y. Soga and A. Sanpei, “Controlled experiments on self-organization of ordered structures in a pure electron plasma,” *Plasma Phys. Controlled Fusion*, **47**, A41 (2005).
- [8] K. Ito, Y. Kiwamoto and A. Sanpei, “Field Analysis of Two-Dimensional Dynamics of Non-neutral Plasma by Imaging Diagnostics and Examination by Sector Probing,” *Jpn. J. Appl. Phys.*, **40**, 2558 (2001).
- [9] J. Aoki, Y. Kiwamoto, Y. Soga and A. Sanpei, “High-Fidelity Optical Transfer System for Two Dimensional Imaging of Density Distribution of a Pure Electron Plasma,” *Jpn. J. Appl. Phys.* **43**, 7267 (2004).
- [10] 際本泰士「非中性プラズマの物理学」2006 年プラズマ若手夏の学校テキスト所収 (18 頁).
- [11] 曾我之泰：京都大学大学院人間・環境学研究科博士学位論文「外部回転波と結合した非中性プラズマの輸送と構造形成」(2007.3).
- [12] Y. Kiwamoto, Y. Soga and J. Aoki, "Radial transport in magnetized nonneutral plasma driven by rotating wave", *Phys. Plasmas*, **12**, No.9, 094501-1-4 (2005).
- [13] Y. Soga, Y. Kiwamoto and N. Hashizume, "Transport Processes of a Non-neutral Plasma Coupled to an External Rotating Wave", *Phys. Plasmas*, **13**, No.5, 052105-1-7 (2006).
- [14] D. L. Eggleston, T. M. O’Neil and J. H. Malmberg, “Collective Enhancement of Radial Transport,” *Phys. Rev. Lett.*, **53**, 982 (1984).
- [15] 毛利明博, 山崎泰規, 田中仁編, 小特集「反水素研究とプラズマ物理」, プラズマ・核融合学会誌 **80**, No.12, 1005 (2004).
- [16] R.Z. Sagdeev and A.A.Galeev, "*Nonlinear Plasma Theory*", p.73 , W.A.Benjamin, Inc. NewYork (1969).
- [17] D. L. Eggleston and T. M. O’Neil, “Theory of Asymmetry-induced transport in a non-neutral plasma,” *Phys. Plasmas*, **6**, 2699 (1999).
- [18] 河井洋輔：京都大学大学院人間・環境学研究科修士論文「不安定な非中性プラズマにおける乱流・渦運動を介した秩序構造形成過程の実験的研究」(2007.3).

- [19] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, Y. Soga, J. Aoki, and K. Itoh, "Relaxation of Azimuthal Flow Pattern from Ring to Bell Shape through Two-Dimensional Turbulence Triggered by Diocotron Instability", *J. Phys. Soc. Jpn.*, **75**, No.10, 104502-1-8 (2006).
- [20] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, Y. Soga and J. Aoki, "Turbulent cascade in vortex dynamics of magnetized pure electron plasmas", to be published in *Phys. Rev. E* (2007).
- [21] G. K. Batchelor, "Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence", *Phys. Fluids*, **12** (Suppl. II) 233 (1969).
- [22] J. C. MacWilliams, "The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow", *J. Fluid Mech.*, **146**, 21 (1984).
- [23] 鈴木勇輝:京都大学総合人間学部卒業研究論文「非中性プラズマ渦の合体における素過程に関する実験的研究」(2007.3).
- [24] Y. Kiwamoto, N. Hashizume, Y. Soga, J. Aoki, and Y. Kawai, "Formation and Relaxation of Two-dimensional Vortex Crystals in a Magnetized Pure Electron Plasma", submitted to *Phys. Rev. Lett.* (2007.2)
- [25] 橋爪宣弥:京都大学大学院人間・環境学研究科修士論文「渦糸の結晶化とその崩壊における背景渦の寄与に関する実験的研究」(2006.3)
- [26] 青木順:京都大学大学院人間・環境学研究科博士学位論文「強磁場中に孤立した非中性プラズマの熱平衡現象に関する実験的研究」(2007.3).
- [27] J. Aoki, Y. Kiwamoto and Y. Kawai, "Determination of equilibrium density distribution and temperature of a pure electron plasma confined in a Penning Trap", *Phys. Plasmas*, **13**, No.11, 112109-1-8 (2006).
- [28] K.S. Fine, A. C. Cass, W. G. Flynn and C.F. Driscoll, "Relaxation of 2D turbulence of to vortex crystals", *Phys. Rev. Lett.*, **75**, 3277 (1995).
- [29] D. Z. Jin and D. H. E. Dubin, "Maximum Entropy Theory of Vortec Crystal Formation", *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 4434 (1998).
- [30] Y. Yatsuyanagi, Y. Kiwamoto, H. Tomita, M. M. Sano, T. Yoshida, and T. Ebisuzaki, "Dynamics of Two-Sign Point Vortices in Positive and Negative Temperature States", *Phys. Rev. Lett.*, **94**, No.5, 054502-1-4 (2005).

V. 添付論文リスト

- [1] Y. Kiwamoto, J. Aoki, Y. Soga, and A. Sanpei, "Controlled experiments on self-organization of ordered structures in a pure electron plasma", *Plasma Phys. Controlled Fusion*, Vol.47, A41-51 (2005). p. 42
- [2] Y. Yatsuyanagi, Y. Kiwamoto, H. Tomita, M. M. Sano, T. Yoshida, and T. Ebisuzaki, "Dynamics of Two-Sign Point Vortices in Positive and Negative Temperature States", *Phys. Rev. Lett.*, Vol.94, No.5, 054502-1-4 (2005). p. 53
- [3] Y. Kiwamoto, Y. Soga and J. Aoki, "Radial transport in magnetized nonneutral plasma driven by rotating wave", *Phys. Plasmas*, Vol.12, No.9, 094501-1-4 (2005). p. 57
- [4] Y. Soga, Y. Kiwamoto and N. Hashizume, "Transport Processes of a Non-neutral Plasma Coupled to an External Rotating Wave", *Phys. Plasmas*, Vol.13, No.5, 052105-1-7 (2006). p. 61
- [5] D. Fujita, Y. Kiwamoto, Y. Soga and N. Hashizume, "Deformation of Weakly Unstable Density Distribution of Non-Neutral Plasma Stimulated by Resonant Clumps", *Plasma and Fusion Research (R.C.)*, Vol.1, 044-1-2 (2006). p. 68
- [6] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, K. Ito, A. Sanpei, Y. Soga, J. Aoki, and K. Itoh, "Relaxation of Azimuthal Flow Pattern from Ring to Bell Shape through Two-Dimensional Turbulence Triggered by Diocotron Instability", *J. Phys. Soc. Jpn.*, Vol.75, No. 10, 104502-1-8 (2006). p. 70
- [7] J. Aoki, Y. Kiwamoto and Y. Kawai, "Determination of equilibrium density distribution and temperature of a pure electron plasma confined in a Penning Trap", *Phys. Plasmas*, Vol.13, No.11, 112109-1-8 (2006). p. 78
- [8] Y. Kiwamoto, N. Hashizume, Y. Soga, J. Aoki, and Y. Kawai, "Formation and Relaxation of Two-dimensional Vortex Crystals in a Magnetized Pure Electron Plasma ", submitted to *Phys. Rev. Lett.* 5pages (2007. 2). p.86
- [9] Y. Kawai, Y. Kiwamoto, Y. Soga and J. Aoki, " Turbulent cascade in vortex dynamics of magnetized pure electron plasmas", to be published in *Phys. Rev. E.* 6pages (2007). p.91